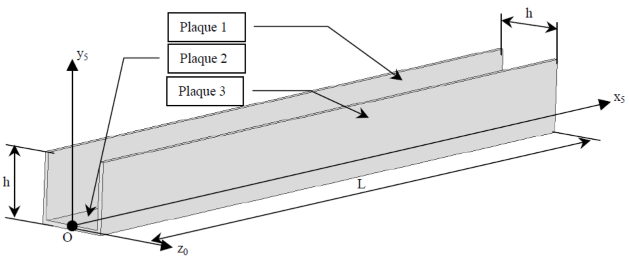
DDS 2

Les ptits devoirs du soir
Jusqu'au 28 janvier 2024

Exercice 128 – EPAS ★

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Dans une première approche, on modélise le parc échelle d'un camion de pompier par un assemblage de trois plaques rectangulaires homogènes d'épaisseur négligeable, de longueur L et de largeur h. Chaque plaque a une masse notée m.



Question 1 *Montrez que le vecteur position $\overrightarrow{OG}$ du centre de gravité G du parc échelle est tel que $\overrightarrow{OG} = \dfrac{L}{2}\overrightarrow{x_5} + \dfrac{h}{3}\overrightarrow{y_5}$.*

Corrigé voir 5.

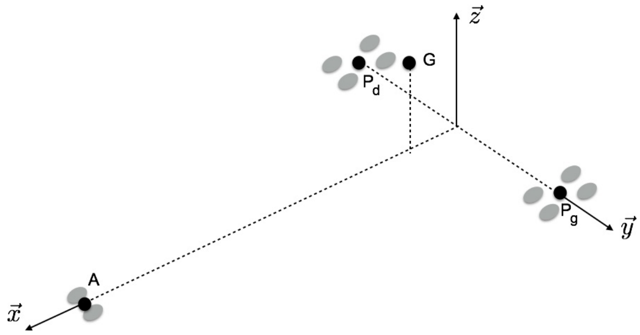
Exercice 127 – ★

B2-16

La configuration du train d'atterrissage de l'avion A350-900 est de type tricycle avec :

- deux atterrisseurs principaux (gauche et droit) attachés sur la voilure, légèrement à l'arrière du centre de gravité G de l'avion et de part et d'autre du plan de symétrie vertical $\left(O, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{z}\right)$ de l'avion. Ils supportent l'essentiel du poids de l'avion ;
- un atterrisseur auxiliaire situé sous le nez de l'avion, qui assure l'équilibre longitudinal de l'avion au sol et permet de manoeuvrer.

Les atterrisseurs principaux sont équipés de quatre roues chacun, tandis que l'atterrisseur auxiliaire est équipé de deux roues.



Les mobilités entre les différents éléments de l'avion (roues, fuselage...) ne sont pas considérées ; ces éléments ne forment donc qu'une seule classe d'équivalence désignée « avion ».

On modélise chacune des 8 liaisons au sol par une liaison ponctuelle (sphère-plan). **Question 1** *Réaliser le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer le degré d'hyperstatisme d'une modélisation de la liaison avion-sol dans laquelle chaque contact roue-sol serait considéré ponctuel.*

Pour simplifier l'étude, les actions mécaniques de contact entre chaque atterrisseur et le sol sont modélisées globalement par un effort ponctuel vertical. Ainsi la modélisation introduit trois liaisons ponctuelles de normales $(A, \overrightarrow{z})$ (atterrisseur auxiliaire), $(P_g, \overrightarrow{z})$ (atterrisseur principal gauche) et $(P_d, \overrightarrow{z})$ (atterrisseur principal droit).

Question 3 *Démontrer que ce modèle simplifié est isostatique.*

Éléments de corrigé :
1. .
2. $h = 7$.
3. $h = 0$.

Corrigé voir 1.

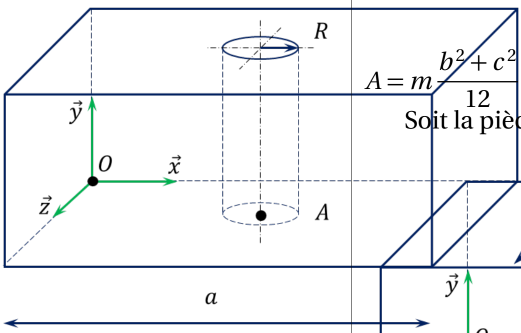
Exercice 126 – Parallélépipède★

B2-10

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G, \overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)}$ avec

$A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède de cotés a, b et c et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\dfrac{b^2+c^2}{12}$, $B=m\dfrac{a^2+c^2}{12}$, $C=m\dfrac{a^2+b^2}{12}$.



Soit la pièce suivante.

On pose $\overrightarrow{OA}=\dfrac{a}{2}\overrightarrow{x}+\dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Corrigé voir 3.

Exercice 125 – ⋆

B2-16

Question 1 *Calculer l'hyperstatisme du modèle plan du mécanisme global de la pince (Figure 1).*

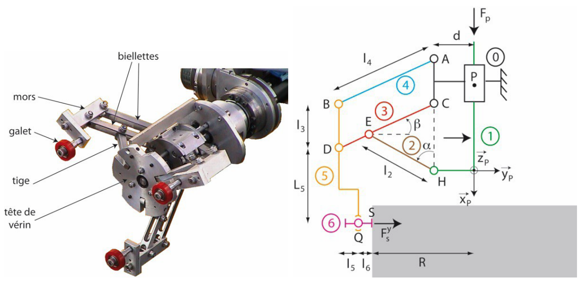


FIGURE 1 – Pince utilisée sur le système ROBOVOLC et schéma cinématique associé

Éléments de corrigé :
1. $h=1$.

Corrigé voir 2.

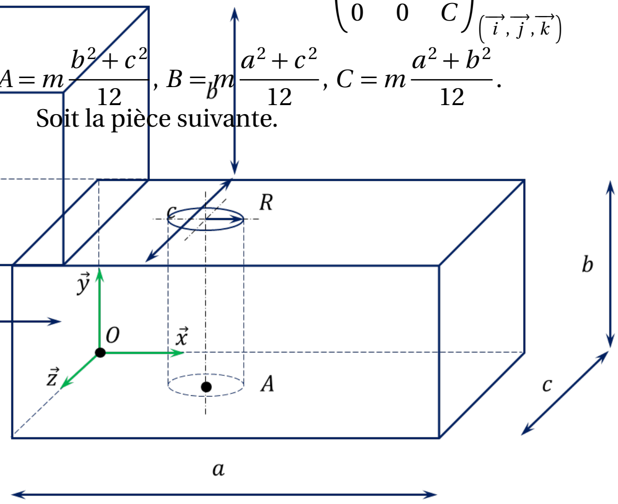
Exercice 124 – Parallélépipède percé⋆

B2-10

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède rectangle de cotés a, b et c et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\dfrac{b^2+c^2}{12}$, $B=m\dfrac{a^2+c^2}{12}$, $C=m\dfrac{a^2+b^2}{12}$.

Soit la pièce suivante.



On pose $\overrightarrow{OA}=\dfrac{a}{3}\overrightarrow{x}+\dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G.*

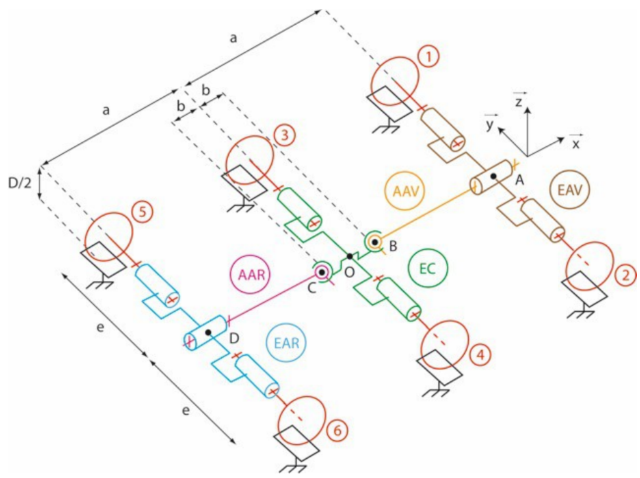
Corrigé voir 1.

Exercice 123 – Robovolc⋆

B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse au Robovolc, une plateforme exploratrice de volcans.



Question 1 *Réaliser le graphe de liaisons.*

Question 2 *Calculer le degré d'hyperstatisme.*

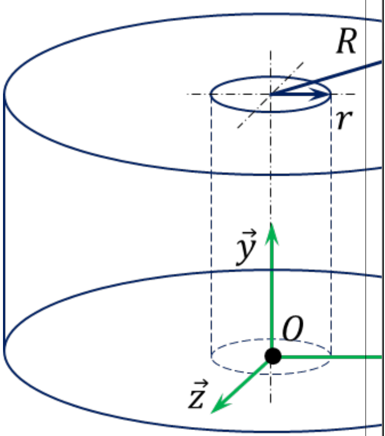
Question 3 *Si le modèle est hyperstatique, modifier le modèle pour le rendre isostatique.*

Corrigé voir 2.

Exercice 122 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.



Soit la pièce suivante.

On pose $\overrightarrow{OA}=-\dfrac{R}{2}\overrightarrow{x}$.

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

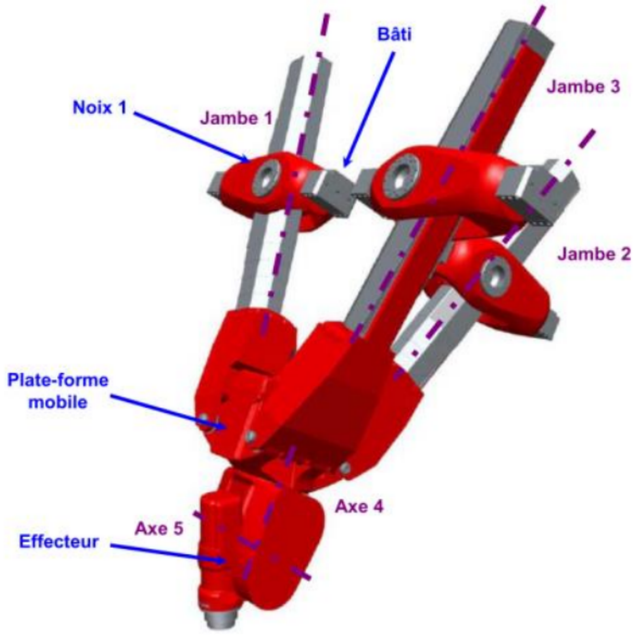
Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

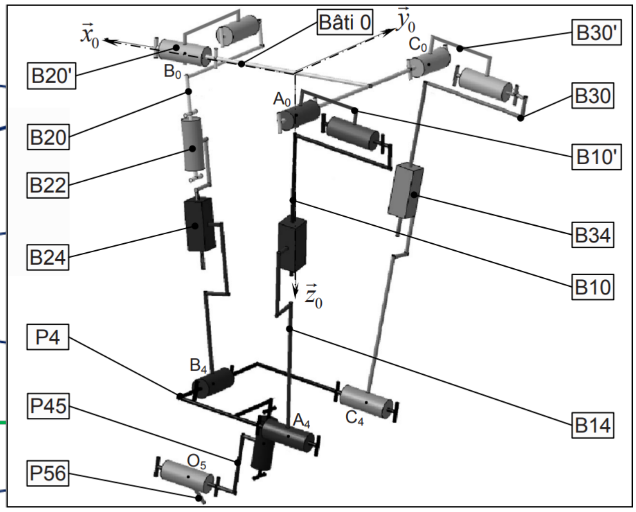
Corrigé voir 3.

Exercice 121 – Triptéor ⋆

B2-16

Le triptéor est un centre d'Usinage Grande Vitesse à architecture parallèle, permettent d'envisager un usinage rapide et précis.





Question 1 *Réaliser le graphe de liaisons.*

Question 2 *Calculer le degré d'hyperstatisme.*

Éléments de corrigé :
1. .
2. $h=2$.

Corrigé voir 2.

Exercice 120 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

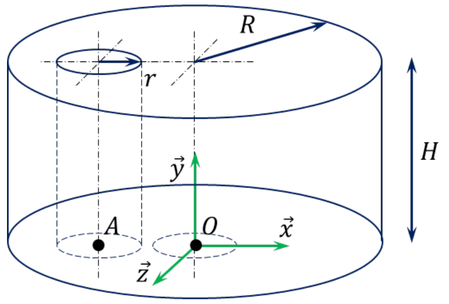
La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G(1)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec $A=m\left(\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{H^2}{12}\right)$ et $C=m\dfrac{R^2}{2}$.

Soit la pièce suivante constituée d'un grand cylindre noté **1** de rayon R. **1** est percé d'un cylindre de diamètre de

DDS

rayon r. On colnsidère que **1** est constitué d'un matériau homgène de masse volumique ρ.

On note $\overrightarrow{OA} = -\dfrac{R}{2}\vec{x}$.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

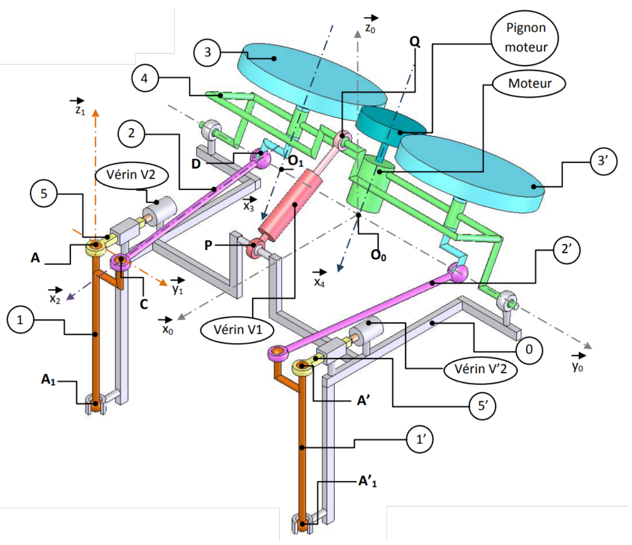
Corrigé voir 2.

Exercice 119 – Machine à vendanger⋆

B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à une machine à vendanger.



Le vérin V1, est constitué de deux pièces : le corps, C_1 en rouge foncé et la tige T_1 en rouge pale.

Question 1 *Réaliser le graphe de liaisons.*

Question 2 *Calculer le degré d'hyperstatisme.*

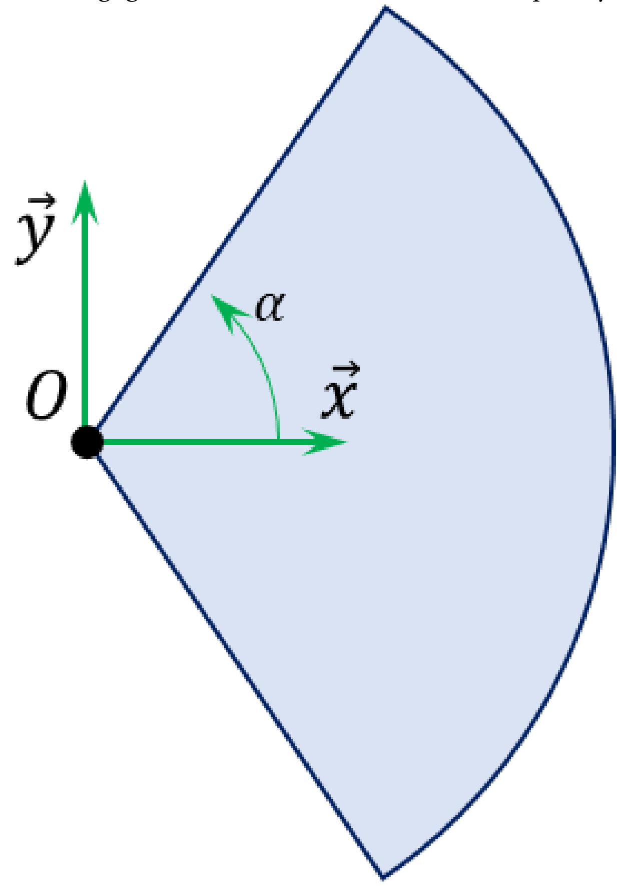
Question 3 *Si le modèle est hyperstatique, modifier le modèle pour le rendre isostatique.*

Corrigé voir 2.

Exercice 118 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit un secteur de disque de rayon R, d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

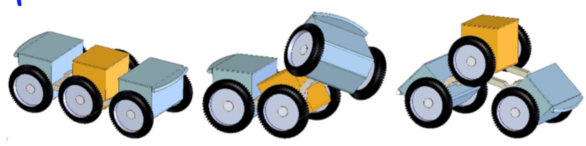
Corrigé voir 3.

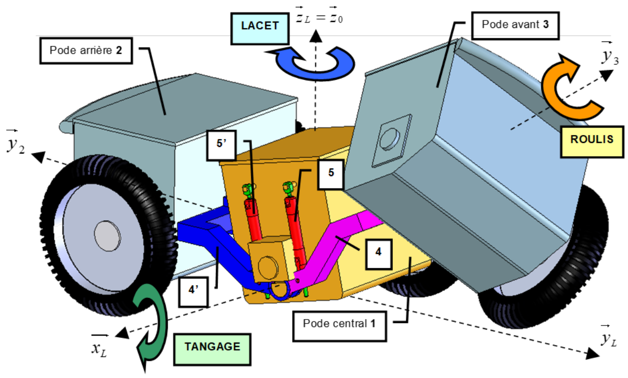
Exercice 117 – Roburoc⋆

B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse au roburoc, une plateforme exploratrice tout terrain.





Question 1 *Réaliser le graphe de liaisons.*

Question 2 *Calculer le degré d'hyperstatisme.*

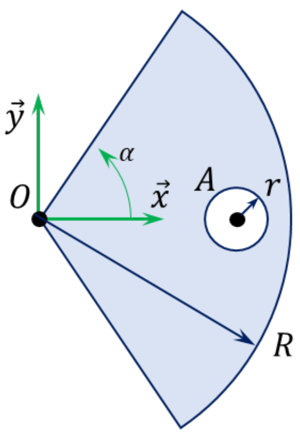
Question 3 *Si le modèle est hyperstatique, modifier le modèle pour le rendre isostatique.*

Corrigé voir 2.

Exercice 116 – Disque ★★

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit un secteur de disque de rayon R, d'épaisseur négligeable et de masse surfacique μ. Il est percé d'un trou de rayon r tel que $\overrightarrow{OA} = \dfrac{3}{4}R\,\overrightarrow{x}$.



Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

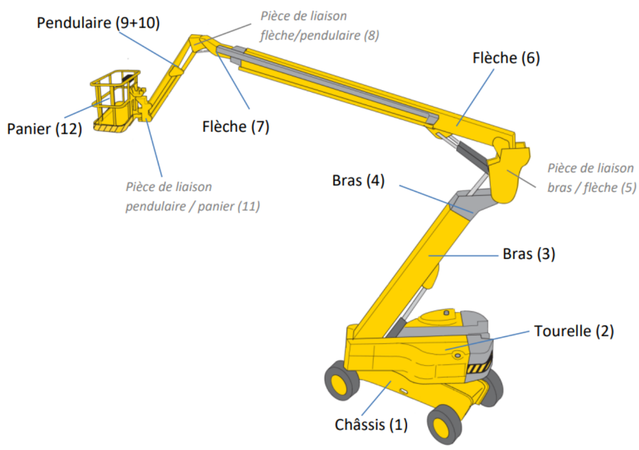
Corrigé voir 3.

Exercice 115 – Nacelle articule e grande portée ★

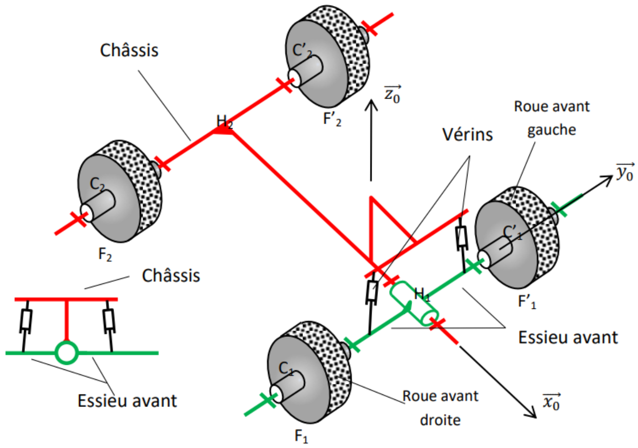
B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse au châssis d'une nacelle articule e grande portée.



La nacelle est amenée à évoluer dans des terrains parfois accidentés (chantier, terrain en friche…). L'objectif est de valider la motricité du châssis par rapport au sol, même sur un terrain accidenté. Le châssis possède un essieu avant monté sur un palonnier pilotable par deux vérins.



C_1, C'_1, C_2, C'_2 sont les centres respectivement des roues avant droite, avant gauche, arrière droite et arrière gauche. Les quatre roues sont considérées en liaison ponctuelle parfaite avec le sol. Les points de contact sont notés respectivement F_1, F'_1, F_2, F'_2.

Question 1 *Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle sans les vérins et indiquer si ce modèle permet ou non de conserver le contact avec chacune des roues quelle que soit la forme du terrain.*

Question 2 *Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle en faisant l'hypothèse que chacune des extrèmités du vérin est en liaison rotule (avec le châssis et l'essieu).*

Les vérins ne sont toujours pas pris en compte.

Question 3 *Etablir la liaison équivalente réalisée* *par le train avant entre le sol et le châssis. Donner chaque étape de la démarche.*

Question 4 *Donner l'avantage de la solution constructeur par rapport à une solution à 4 roues directement sur le châssis et par rapport à une solution à 3 roues directement sur le châssis.*

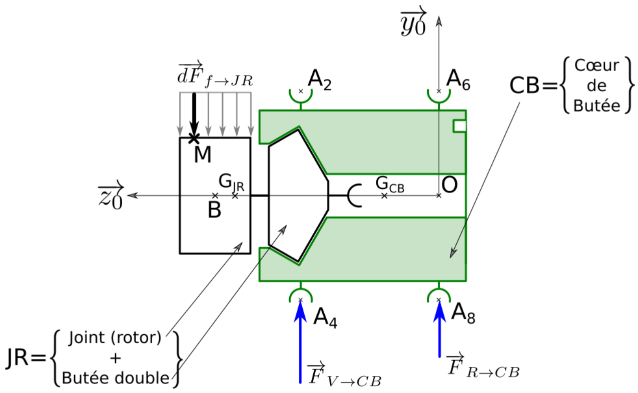
Question 5 *Donner le rôle des vérins et indiquer selon quels critères ils peuvent être pilotés.*

Corrigé voir 2.

Exercice 114 – Banc Balafre ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble JR = {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR ;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Question 1 *Déterminer l'expression de la coordonnée z_G de $\overrightarrow{OG}$ selon $\overrightarrow{z_0}$. Faire l'application numérique.*

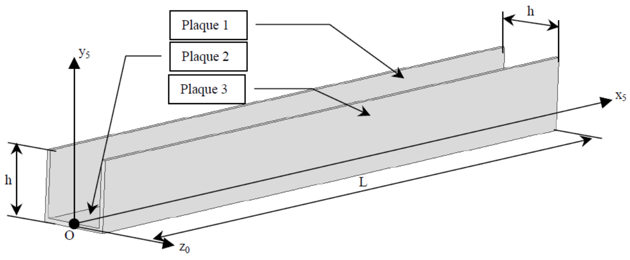
Question 2 *Sachant que l'ensemble JR possède une symétrie de révolution par rapport à $\left(O, \overrightarrow{z_0}\right)$, simplifier la matrice d'inertie $I_{G_{JR}}(JR)$.*

Corrigé voir 2.

Exercice 113 – EPAS ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Dans une première approche, on modélise le parc échelle d'un camion de pompier par un assemblage de trois plaques rectangulaires homogènes d'épaisseur négligeable, de longueur L et de largeur h. Chaque plaque a une masse notée m.



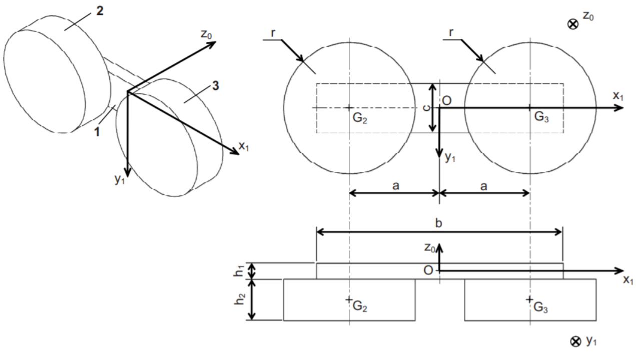
Question 1 *Montrez que le vecteur position $\overrightarrow{OG}$ du centre de gravité G du parc échelle est tel que $\overrightarrow{OG} = \dfrac{L}{2}\overrightarrow{x_5} + \dfrac{h}{3}\overrightarrow{y_5}$.*

Corrigé voir 5.

Exercice 112 – Banc Balafre ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Les galets **2** et **3** sont de masses identiques m_2 et de centres d'inertie respectifs G_2 et G_3. Le balancier **1** est de masse m_1 et de centre d'inertie O (la tige de G_3H étant de masse négligeable). Les solides **1**, **2** et **3** sont supposés homogènes (masse volumique notée μ).



Question 1 *Donner la forme de la matrice d'inertie du solide **1** au point **O** dans la base $\left(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_0}\right)$.*

Question 2 *Exprimer littéralement le moment d'inertie C_1 du solide 1 par rapport à l'axe $\left(O, \overrightarrow{z_0}\right)$, en fonction de la masse m_1 et de ses dimensions.*

Question 3 *Donner la forme de la matrice d'inertie du solide 2 au point G_2 dans la base $\left(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_0}\right)$.*

Question 4 *Exprimer littéralement le moment d'inertie C_2' du solide 2 par rapport à l'axe $\left(G_2, \overrightarrow{z_0}\right)$, en fonction de la masse m_2 et de ses dimensions.*

Question 5 *Exprimer littéralement le moment d'inertie C_2 du solide 2 par rapport à l'axe $\left(G_2, \overrightarrow{z_0}\right)$, en fonction de la masse m_2 et de ses dimensions.*

1. $I_O(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0}\right)}$.
2. $C_1 = \dfrac{m_1}{12}\left(b^2+c^2\right)$.
3. $I_{G_2}(1) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0}\right)}$.
4. $C_2' = m_2 \dfrac{r^2}{2}$.
5. $C_2 = m_2\left(\dfrac{r^2}{2}+a^2\right)$.

Corrigé voir 1.

Exercice 111 – Mouvement TT – ⋆

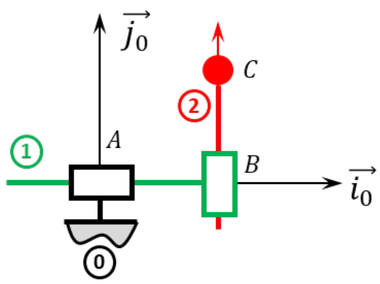
B2-14

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\overrightarrow{j_0}$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**,et m_1 sa masse. $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2** et m_2 sa masse.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir 5.

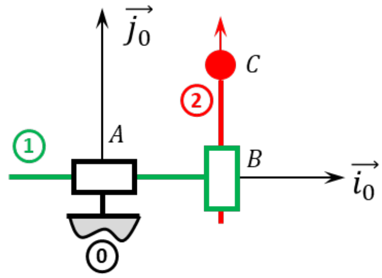
Exercice 110 – Mouvement TT – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\overrightarrow{j_0}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer les torseurs cinétiques $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ et $\{\mathscr{C}(2/0)\}$.*

Question 2 *Exprimer les torseurs dynamiques $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ et $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 3 *En déduire $\{\mathscr{D}(1+2/0)\}$ en B.*

Corrigé voir 2.

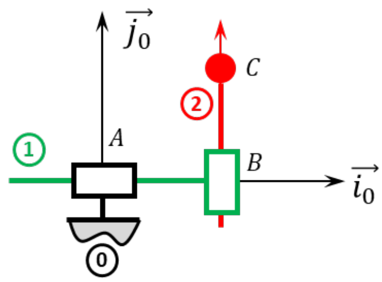
Exercice 109 – Mouvement TT – ⋆

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\overrightarrow{j_0}$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**,et m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$; $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2** et m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



DDS

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{j_0}$.*

Question 2 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

Corrigé voir 3.

Exercice 108 – Mouvement RR ⋆

B2-14

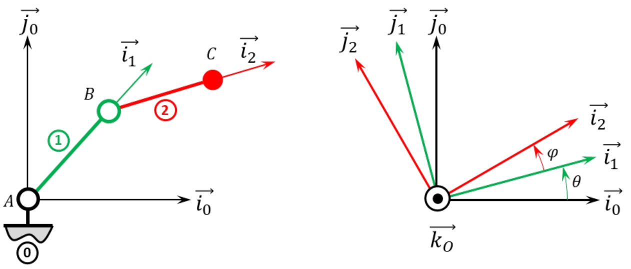
C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir 2.

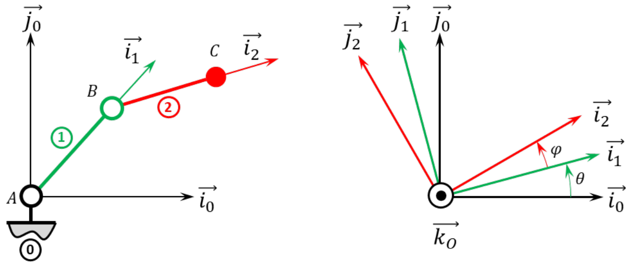
Exercice 107 – Mouvement RR ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A en utilisant 2 méthodes différentes pour le calcul du moment.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B en utilisant 2 méthodes différentes pour le calcul du moment.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$.*

Corrigé voir 2.

Exercice 106 – Mouvement RR ⋆

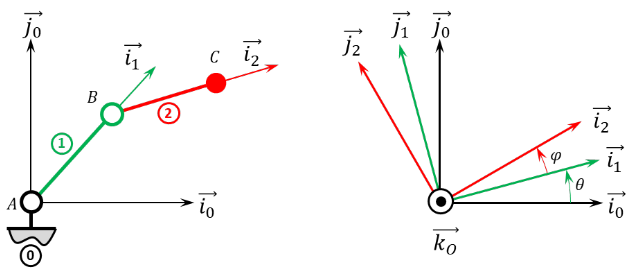
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Question 2 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Corrigé voir 3.

Exercice 105 – Mouvement RT ⋆

B2-14

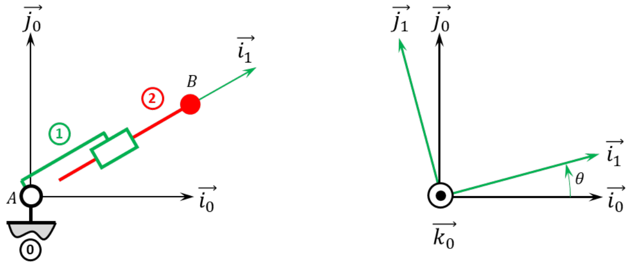
C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir 2.

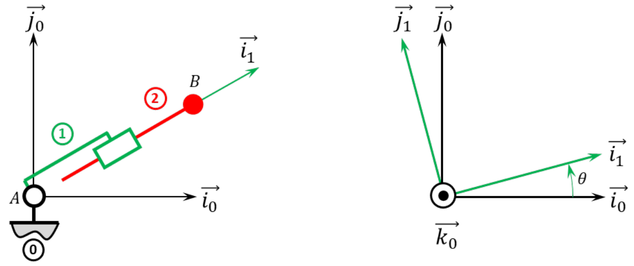
Exercice 104 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



RESULTAT A VERIFIER!!!!! Par ailleurs, on donne $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_B$ et $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \left(\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\right)\overrightarrow{i_1} + \left(\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t) + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{j_1}$.

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir 2.

Exercice 103 – Mouvement RT ⋆

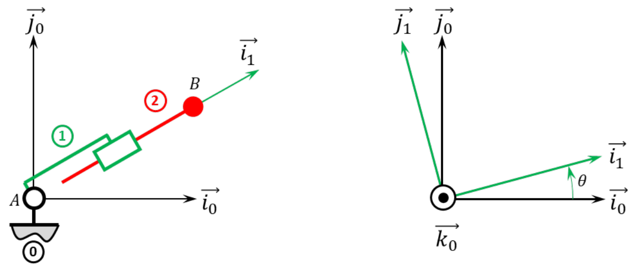
C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{i_1}$.*

Question 2 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Eléments de correction :
1. $F_v - m_2 g \sin\theta = m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t)\dot{\theta}^2(t)\right)$.
2. $C_m - (m_1 L_1 + m_2\lambda(t)) g\cos\theta(t) = C_1\ddot{\theta}(t) + m_1 L_1^2\ddot{\theta}(t) + C_2\ddot{\theta}(t) + 2m_2\lambda(t)\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t) + m_2\lambda^2(t)\ddot{\theta}(t)$.

Corrigé voir 2.

Exercice 102 – Mouvement RT ⋆

B2-14

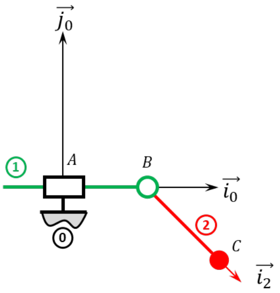
C1-05

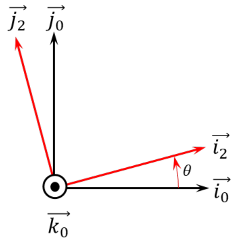
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30$ mm. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Corrigé voir 2.

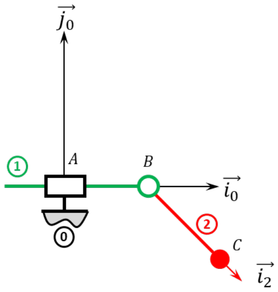
Exercice 101 – Mouvement TR ⋆

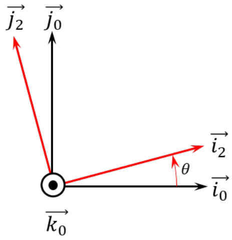
C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30$ mm. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.





Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$*

Indications :
1. $\{\mathscr{D}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_2}\right) \\ C_1\ddot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} + R\left(-\sin\theta\,\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{k_2}\right) \end{array} \right\}_B$.
2. $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Corrigé voir 2.

Exercice 100 – Mouvement TR ⋆

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

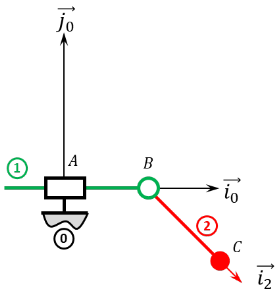
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30$ mm. De plus :

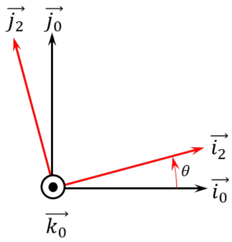
- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.

Par ailleurs, $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = C_1\ddot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} + R\left(-\sin\theta\,\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{k_2}\right)$ et $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.





L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Question 2 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

> Indications :
> 1. $C_m - m_2 g R\cos\theta(t) = C_1\ddot\theta + R\left(-\sin\theta\ddot\lambda(t) + R\ddot\theta\right)$;
> 2. $F_{\text{ver}} = m_1\ddot\lambda(t) + m_2\left(\ddot\lambda(t) - R\left(\ddot\theta\sin\theta(t) + \dot\theta^2\cos\theta\right)\right)$.

Corrigé voir 2.

Exercice 99 – Mouvement RR 3D ★★

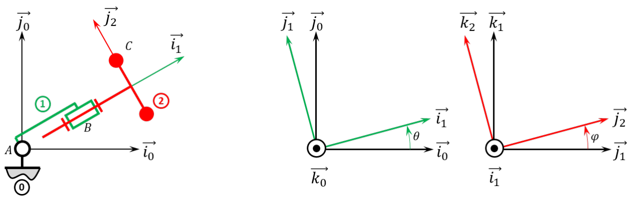
B2-14

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20$ mm et $r = 10$ mm. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Corrigé voir 2.

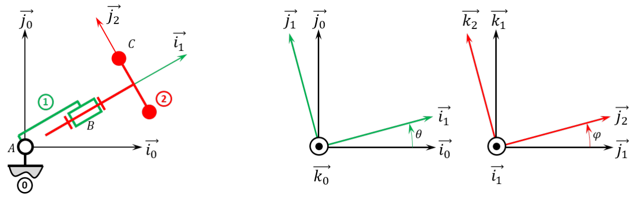
Exercice 98 – Mouvement RR 3D ★★

C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20$ mm et $r = 10$ mm. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$*

> 1. $\{\mathscr{D}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c} m_1\left(R\ddot\theta\,\overrightarrow{j_1} - R\dot\theta^2\,\overrightarrow{i_1}\right) \\ C_1\ddot\theta\,\overrightarrow{k_0} \end{array}\right\}_B$.
> 2. $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = C_1\ddot\theta + m_1R^2\ddot\theta + \left(B_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot\theta\sin^2\varphi + 2\dot\theta\dot\varphi\cos\varphi\sin\varphi\right) + \left(C_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot\theta\cos^2\varphi - 2\dot\theta\dot\varphi\cos\varphi\sin\varphi\right)$.

Corrigé voir 2.

Exercice 97 – Mouvement RR 3D ★★

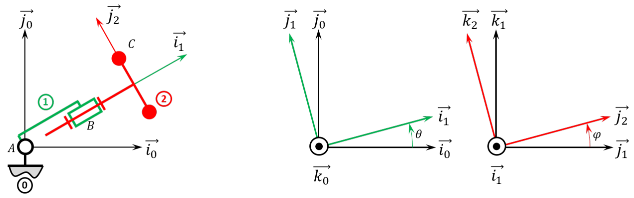
B2-14

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20$ mm et $r = 10$ mm. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point A en projection sur $\overrightarrow{i_1}$.*

Question 2 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

DDS

Corrigé voir 2.

Exercice 96 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

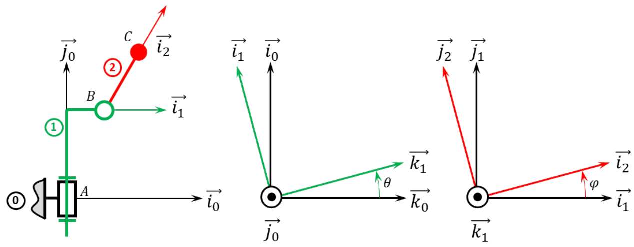
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Corrigé voir 2.

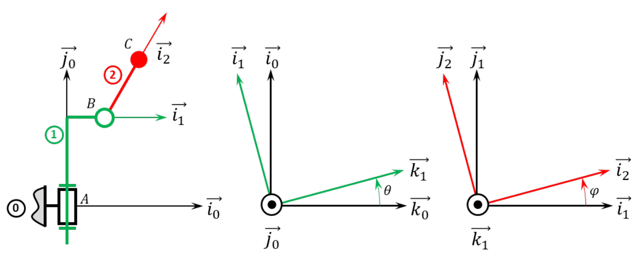
Exercice 95 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



On donne : $\overrightarrow{V(C,2/0)} = -R\dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + L\left(-\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}\right)$.

On fait l'hypothèse que $\dot{\theta}$ et $\dot{\varphi}$ sont des constantes et on a $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2}\right) - \dot{\theta}\left(R\dot{\theta}\overrightarrow{i_1} + L\cos\varphi\dot{\theta}\overrightarrow{i_1} - L\dot{\varphi}\sin\varphi$

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{j_0}$*

Corrigé voir 2.

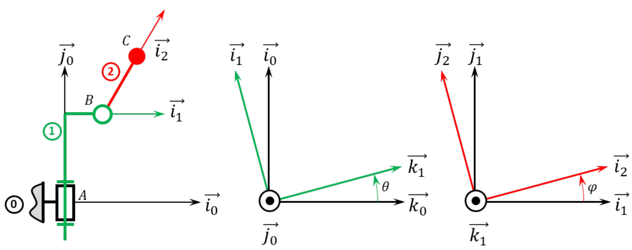
Exercice 94 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{j_0}$*

Corrigé voir 2.

Exercice 93 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-14

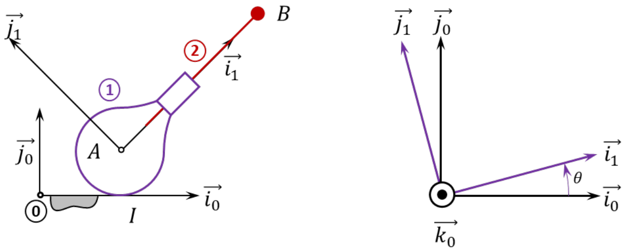
C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \ell_2\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;

- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un ressort exerce une action mécanique entre les points A et B.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir 1.

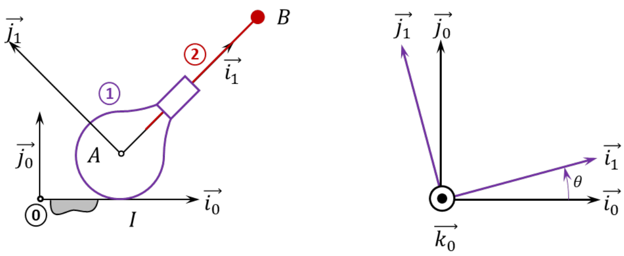
Exercice 92 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15$ mm. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



On donne $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_1} + \dot{\theta}\left(\lambda(t)\,\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right)$ et $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_1} + \ddot{\theta}(t)\left(\lambda(t)\,\overrightarrow{j_1} - R\,\overrightarrow{i_0}\right) + \dot{\theta}(t)\left(2\dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}\right)$.

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1}$*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(I, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir 2.

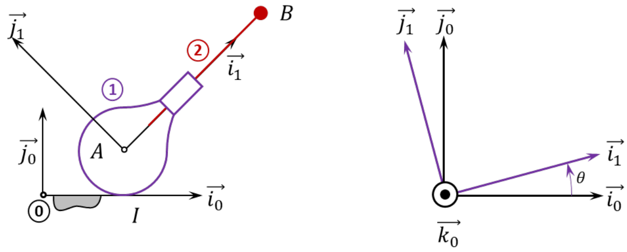
Exercice 91 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15$ mm. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un ressort exerce une action mécanique entre les points A et B.



L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{i_1}$*

Question 2 *Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Corrigé voir 2.

Exercice 90 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

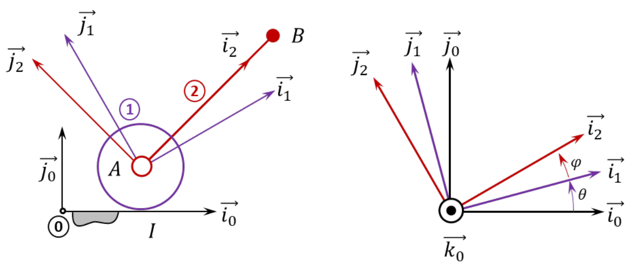
B2-14

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = L\,\overrightarrow{i_2}$. De plus $R = 15$ mm. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur exerce un couple entre les pièces 1 et 2.



DDS

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.*

Corrigé voir 2.

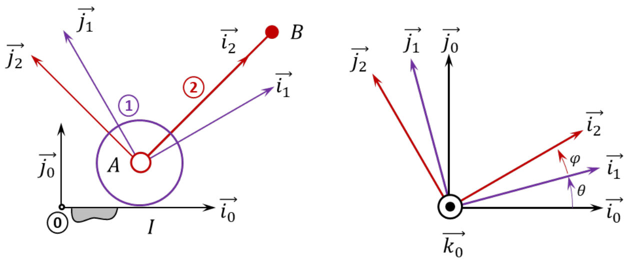
Exercice 89 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1}$*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir 2.

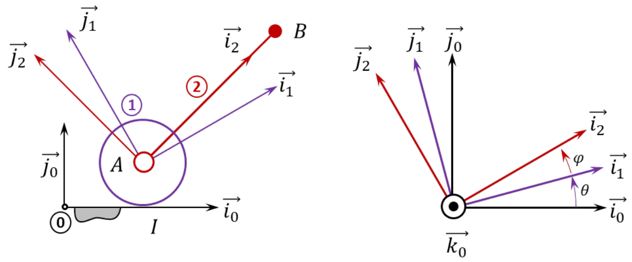
Exercice 88 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur exerce un couple entre les pièces **1** et **2**.



L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

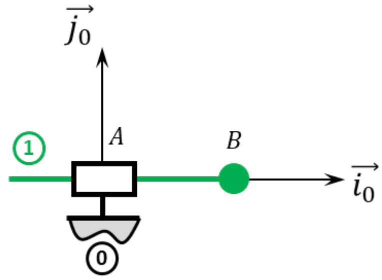
Question 2 *Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Corrigé voir 3.

Exercice 87 – Mouvement T – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide **1**. On note G le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{BG} = \ell\,\overrightarrow{j_1}$. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{i_0}$. Un vérin positionné entre **1** et **0** permet d'actionner la pièce **1**.



Les performances dynamique de l'axe demandées sont les suivantes :

- vitesse linéaire maximale : $50\,\text{m}\,\text{min}^{-1}$;
- accélération linéaire maximale : $9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$.

Objectif L'objectif de ce travail est de déterminer les caractéristiques du moteur (vitesse et couple) permettant d'atteindre ces performances.

Question 1 *Quelle est la vitesse maximale que l'axe peut atteindre en $\text{m}\,\text{s}^{-1}$.*

Question 2 *Combien de temps l'axe met-il pour atteindre la vitesse maximale ?*

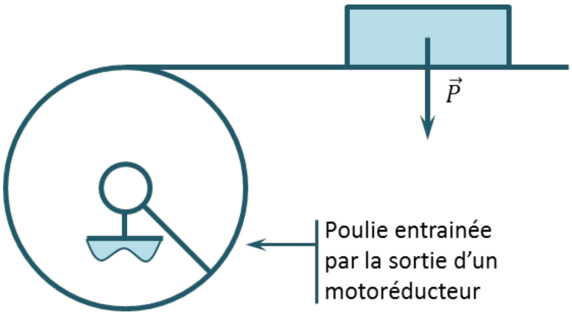
Question 3 *Quelle distance l'axe parcourt-il pour atteindre la vitesse maximale ?*

Question 4 *Quelle est la longueur minimale à commander pour que l'axe puisse atteindre la vitesse maximale ?*

Question 5 *Tracer le profil de la position, de la vitesse et de l'accélération pour parcourir une distance de 50 cm. On cherchera à atteindre les performances maximales de l'axe.*

Un motoréducteur permet d'entraîner un système poulie – courroie permettant de déplacer la charge. On considère :

- une charge de masse 1 kg ;
- un poulie de rayon 5 cm ;
- un réducteur de rapport de transmission 1 : 20.



Question 6 *Déterminer le couple à fournir par la poulie pour déplacer la charge lorsque l'accélération est au maximum.*

Corrigé voir 2.

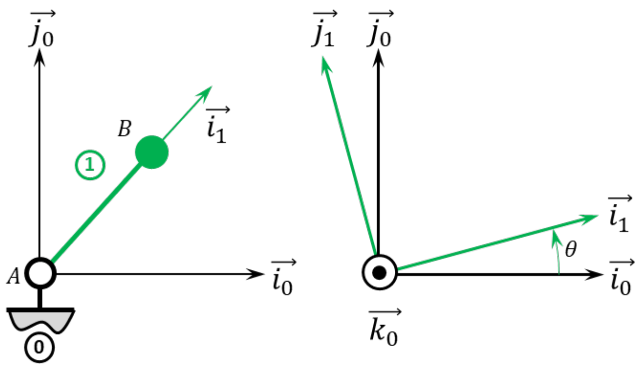
Exercice 86 – Mouvement R ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur **1** est donnée par $\overrightarrow{C_m} = C_m\,\overrightarrow{k_0}$ avec $C_m = 40\,\text{N m}$. La fréquence de rotation nominale est de $1\,500\,\text{tr min}^{-1}$.

La pesanteur est telle que $\vec{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$. On note m_1 la masse du solide 1, B son centre d'inertie et $I_B(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$ avec $A_1 = 12,5\,\text{kg m}^2$. Le couple résistant dû aux frottements est supposé constant et égal à $4\,\text{N m}$.

(On notera J le moment dynamique du solide 1 autour de l'axe $\left(A, \overrightarrow{k_0}\right)$.



Question 1 *Calculer l'accélération du moteur pendant le démarrage.*

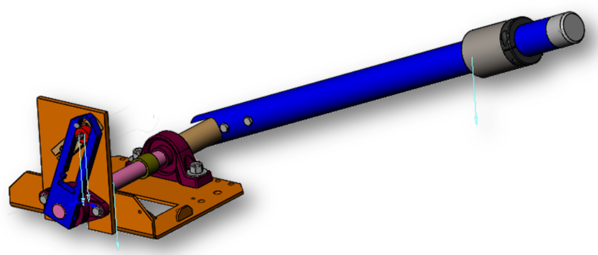
Question 2 *Calculer le temps mis pour atteindre la fréquence nominale.*

Corrigé voir 1.

Exercice 85 – Barrière Sympact ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La barrière Sympact permet d'ouvrir ou de fermer l'accès à un parking.



L'angle d'ouverture est de est $\alpha = 90°$. La durée d'ouverture et de fermeture doit être $T = 1\,\text{s}$ au maximum. L'accélération maximale est de $\ddot{\theta}_{\text{max}} = 30\,\text{rad s}^{-2}$. La loi d'évolution est un trapèze de vitesse. On note t_a le temps d'accélération (égal au temps de décélération) et T le temps passé à vitesse constante. On note $\dot{\theta}_{\text{max}}$ la vitesse angulaire maximale.

Question 1 *Donner **l'allure** des lois d'accélération, vitesse et position angulaires. Vous indiquerez toutes les valeurs utiles (sous forme littérale).*

Question 2 *Donner l'expression littérale du temps total.*

Question 3 *Donner l'expression littérale de la vitesse angulaire en fin de phase d'accélération.*

Question 4 *Donner l'expression littérale de l'angle total parcouru.*

Question 5 *Déterminer la durée de l'accélération ainsi que la vitesse angulaire maximale atteinte.*

Corrigé voir 2.

Exercice 84 – Automate d'exploration de l'hémostase ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Afin de valider le choix des moteurs, on étudie le déplacement sur l'axe $\vec{x}$.On note V_x la vitesse selon cet axe. On rappelle que la distance maximum à parcourir est $x_M^{\text{max}} = 550\,\text{mm}$ en 1 seconde. La loi de commande sur chaque axe est définie par un trapèze de vitesse (Figure 3) avec les temps d'accélération et de décélération (T_a) identiques. De plus, les moteurs se mettent en route et s'arrêtent en même temps. T est la durée totale du déplacement. Nous allons chercher à optimiser cette loi de

DDS

commande de sorte que le moteur fournisse une puissance instantanée minimale.

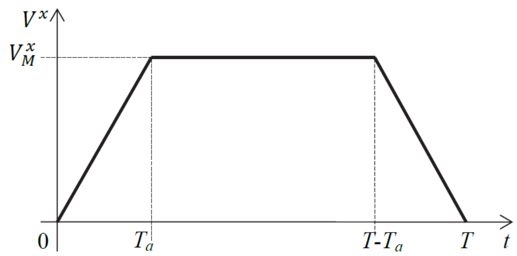


FIGURE 2 – Loi de commande de vitesse en trapèze

Le modèle de calcul pour cette commande d'axe est le suivant :

- le mouvement de rotation du moteur (vitesse ω_m^x) est transformé en mouvement de translation (vitesse V^x) ;
- le rapport de transmission de la chaîne cinématique est $\lambda = \dfrac{V^x}{\omega_m^x}$;
- la distance à parcourir est $x_M^{\max}$;
- l'inertie équivalente de l'ensemble des pièces en mouvement ramenée à l'arbre moteur est J_e ;
- les frottements et la pesanteur sont négligés, il n'y a donc pas de couple résistant.

Question 1 *Exprimer la vitesse maximale V_M^x en fonction de x_M^{max}, T et T_a.*

Question 2 *Par application du théorème de l'énergie cinétique sur l'ensemble des pièces en mouvement, exprimer le couple moteur C_m en fonction de V_x, T_a, J_e et λ durant les trois phases du mouvement.*

Question 3 *Préciser à quel(s) instant(s) t la puissance fournie par le moteur est maximale (P_{max})*
.

Question 4 *Exprimer cette puissance P_{max} en fonction de V_M^x, λ, J_e, et T_a.*

Question 5 *Donner alors l'expression de P_{max} en fonction de x_M^{max}, λ, J_e, et T_a.*

Question 6 *À partir de cette expression, montrer que P_{max} est minimale pour un réglage du temps d'accélération T_a tel que $T_a = \dfrac{T}{3}$.*

Pour cette nouvelle commande avec $T_a = \dfrac{T}{3}$, on cherche à valider le choix du moteur en étudiant le déplacement maximum suivant $\overrightarrow{x}$. Les caractéristiques de la chaîne cinématique sont :

- vitesse maximale du moteur : $N_{\max}^{\text{mot}} = 4150\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$;
- rapport de réduction du réducteur $k = \dfrac{1}{10}$;
- rayon de poulie $R_p = 20\,\text{mm}$.

Question 7 *Déterminer la vitesse de rotation maximum ω_{max}^x que doit atteindre le moteur. Le choix de celui-ci est-il validé ?*

Corrigé voir 5.

Exercice 83 – Automate d'exploration de l'hémostase ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Le principe de la chronométrie consiste à mesurer la variation de l'amplitude d'oscillation d'une bille placée dans la cuvette de mesure (Figure 3).

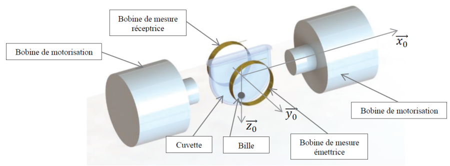


FIGURE 3 – Ensemble cuvette + bille avec bobines motrices et bobines de mesure

La bille, roulant sans glisser sur le fond cylindrique de la cuvette, est mise en mouvement par un champ magnétique variable induit par deux bobines motrices placées de part et d'autre de la tête de mesure. L'amplitude des oscillations est mesurée par deux autres bobines, l'une émettrice, l'autre réceptrice. Après amplification du signal mesuré, on obtient un signal quasi-sinusoïdal, reflet de l'oscillation de la bille. A viscosité constante, on obtient un balancement pendulaire constant de la bille. Quand la viscosité augmente (phénomène de coagulation), l'amplitude d'oscillation de la bille varie. Pour chaque mesure, le champ magnétique est ajusté en fonction de la viscosité initiale du milieu et du type de test.

Le schéma de calcul est donné Figure 4.

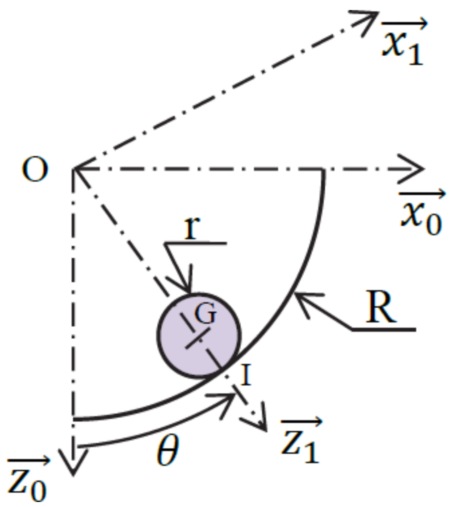


FIGURE 4 – Bille en contact avec le rail de la cuvette

Hypothèses :

- la bille de masse m, de centre de masse G, de rayon r, roule sans glisser sur un rail circulaire de rayon R dans le plan $\left(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}\right)$;
- I est le point de contact entre la bille et le rail circulaire ;

- la position de la bille sur le rail est repérée par : $\theta = \left(\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{z_1}\right) = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}\right)$.

On note :

- $\{\mathcal{T}(\text{rail} \rightarrow \text{bille})\} = \left\{ \begin{array}{c} -N_I \overrightarrow{z_1} + T_I \overrightarrow{x_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_I$, le torseur associé à l'action mécanique du rail sur la bille ;
- f le coefficient d'adhérence au contact bille/cuvette : $f = 0,1$;
- $\{\mathcal{T}(\text{bob} \rightarrow \text{bille})\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{F}(\text{bob} \rightarrow \text{bille}) = F(t)\overrightarrow{x_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$, le torseur associé à l'effort résultant des deux bobines de motorisation sur la bille, avec $F(t) = F_0 \sin(\omega_{\text{bob}}(t))$;
- $\{\mathcal{T}(\text{fluide} \rightarrow \text{bille})\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{F}(\text{fluide} \rightarrow \text{bille}) = -f_v \overrightarrow{V}(G \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right.$ le torseur associé à l'action du fluide sur la bille induite par la viscosité. On se place dans l'hypothèse simplificatrice d'un écoulement laminaire pour lequel le modèle de Stokes est applicable : le coefficient de frottement visqueux vaut alors $f_v = 6\pi r \eta$ où η est la viscosité du sang qui varie lors de la coagulation ;
- $\{\mathcal{T}(g \rightarrow \text{bille})\} = \left\{ \begin{array}{c} mg\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$, le torseur associé à l'action de la pesanteur sur la bille ;
- $\{\mathcal{V}(\text{bille}/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(\text{bille}/0)} = \omega_b \overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{V(G, \text{bille}/0)} = v\overrightarrow{x_1} \end{array} \right\}_G$, le torseur cinématique de la bille par rapport au rail 0 ;
- $J = \dfrac{2}{5} m r^2$, le moment d'inertie de la bille autour de l'axe $\left(G, \overrightarrow{y_0}\right)$;
- $R = ||\overrightarrow{OI}||$, le rayon du rail, $r = ||\overrightarrow{GI}||$, le rayon de la bille.

On notera $F(p)$ la transformée de Laplace de la fonction $f(t)$ où p représente la variable de Laplace.

Question 1 *En exprimant la condition de roulement sans glissement en I, déterminer ω_b et v, les composantes du torseur cinématique en G de la bille par rapport au rail 0, en fonction de $\dot{\theta}$, r et R.*

Question 2 *En justifiant clairement la démarche et les théorèmes utilisés : montrer que les efforts normal N_I et tangentiel T_I du rail sur la bille sont liés à l'angle θ par les équations suivantes :*
$N_I = F(t)\sin\theta + mg\cos\theta + m(R-r)\dot{\theta}^2$ et $T_I = \dfrac{2}{5} m(r-R)\ddot{\theta}$.

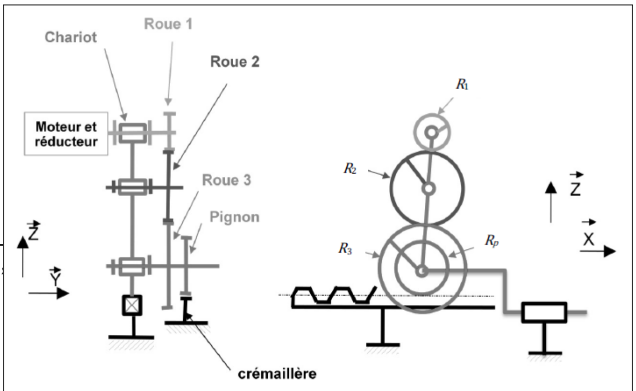
Question 3 *En justifiant clairement la démarche et les théorèmes utilisés, montrer que $\dfrac{7}{5} m(r-R)\ddot{\theta} + f_v(r-R)\dot{\theta} + mg\sin\theta = F(t)\cos\theta$.*

Corrigé voir 7.

Exercice 82 – Banc d'épreuve hydraulique ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

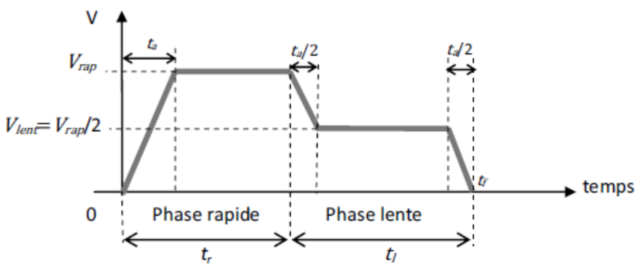
Un schéma cinématique simplifié du chariot arrière, ainsi que les grandeurs cinématiques et cinétiques, sont donnés figure suivante. La chaîne de puissance comporte un moteur hydraulique, un réducteur roue et vis sans fin, un réducteur à engrenages parallèles et un système pignon-crémaillère. Le guidage du chariot est modélisé par une glissière.



pièces	Inertie (kg.m²)	Données cinématiques
moteur	$I_m = 0{,}0012$	
Réducteur roue et vis sans fin	$I_r = 0{,}004$ (ramenée à l'arbre moteur)	Rapport de réduction $r = 1/30$
Roue 1	négligeable	$R_1 = 50$ mm
Roue 2	négligeable	$R_2 = 105$ mm
Roue 3 et pignon	négligeable	roue 3 : $R_3 = 115$ mm pignon : $R_p = 85$ mm

La masse totale en translation de l'ensemble Σ={chariot + moteur + réducteur + roues} est $M = 2350$ Kg.

On note C_m le couple moteur, ω_m sa vitesse de rotation par rapport au bâti, et V la vitesse du chariot. La loi de vitesse du chariot pendant la totalité du trajet est présentée ci-dessous.



- On note t_r la durée de la phase de déplacement rapide, t_l la durée de la phase lente, t_f la durée totale, t_a la durée de la phase d'accélération. Chacune des 2 phases de décélération dure $t_a/2$.
- La course pendant la phase de déplacement en vitesse rapide (de 0 à t_r) est au maximum de $c_{rap} = 6{,}24$ m (pour le tube le plus court que peut tester le banc) et pendant la phase en vitesse lente (de t_r à t_f) $c_{\text{lent}} = 1{,}56$ m.
- La durée maximale du déplacement total (phase rapide + phase lente) est limitée à 20 s.
- La vitesse du chariot, lors de la phase rapide, V_{rap} est limitée à 0,5 m/s.
- On considérera que le module de l'accélération a du chariot est identique pendant toutes les phases d'accélération et de décélération.

Question 1 *Exprimer c_{lent} et c_{rap} en fonction de t_a, t_l et t_r.*

Question 2 *En déduire les valeurs numériques de t_r et de t_a. En déduire l'accélération a du chariot.*

Question 3 *Déterminer ω_m en fonction de V et des données cinémtiques utiles.*

Question 4 *En déduire les valeurs numériques de la vitesse maximale du moteur ω_m et de l'accélération angulaire $\dot{\omega}_m$ pendant les phases d'accélération et de décélération.*

Question 5 *Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble Σ par rapport au référentiel galiléen bâti.*

Question 6 *En déduire l'expression de l'inertie équivalente de cet ensemble ramenée à l'axe de sortie du moteur, notée J_{eq} en fonction de M, I_m, I_r et des données cinématiques utiles. Application numérique.*

- Les efforts résistants sur le chariot sont modélisés par un glisseur F d'amplitude 500 N.
- Le rendement de l'ensemble du mécanisme (réducteur roue et vis sans fin, réducteur à axes parallèles) est $\eta = 0,3$.
- On prendra une accélération angulaire maximale du moteur $\dot{\omega}_m$ égale à 250 rad s^{-2} et une inertie totale équivalente ramenée à l'arbre moteur J_{eq} égale à 0,01 kg m^2.

On se propose de déterminer le couple nécessaire du moteur.

Question 7 *Déterminer l'expresion du couple C_m à fournir par le moteur en fonction de $\dot{\omega}_m$, J_{eq} et F. Calculer C_m.*

1. $c_{\text{lent}} = \dfrac{V_{\text{rap}}}{2} t_l$ et $c_{\text{rap}} = V_{\text{rap}}\left(t_r - \dfrac{1}{2} t_a\right)$.
2. $t_a = 2{,}56\,\text{s}$, $t_l = 6{,}24\,\text{s}$, $t_r = 13{,}76\,\text{s}$ et $a = 0{,}19\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$.
3. $\omega_M = -\dfrac{V R_3}{r R_1 R_p}$.
4. $\omega_m = -406\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$ et $\dot{\omega}_m = -158\,\text{rad}\,\text{s}^{-2}$.
5. $\mathscr{E}_c(\Sigma/0) = \dfrac{1}{2} M V^2 + \dfrac{1}{2}(I_M + I_r)\omega_m^2$.
6. $J_{\text{eq}} = I_M + I_r + M\left(\dfrac{r R_1 R_p}{R_3}\right)^2 = 0{,}00877\,\text{kg}\,\text{m}^2$.
7. $C_M \dfrac{J_{\text{eq}}\dot{\omega}_m + F\dfrac{r R_1 R_p}{R_3}}{\eta} = 10{,}4\,\text{N}\,\text{m}$ (rendement à voir...).

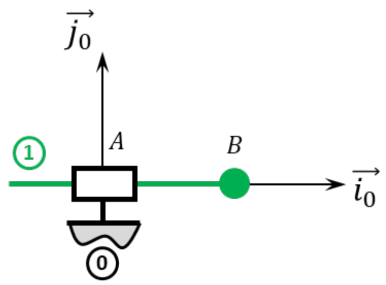
Corrigé voir 3.

Exercice 81 – Mouvement T – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide et $I_B(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & -D_1 \\ 0 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$.



Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

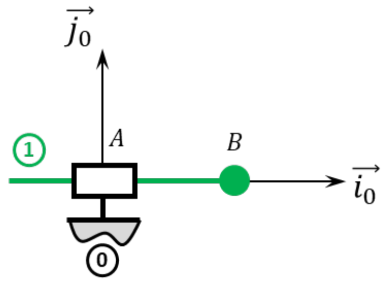
Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Corrigé voir 7.

Exercice 80 – Mouvement T – ⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

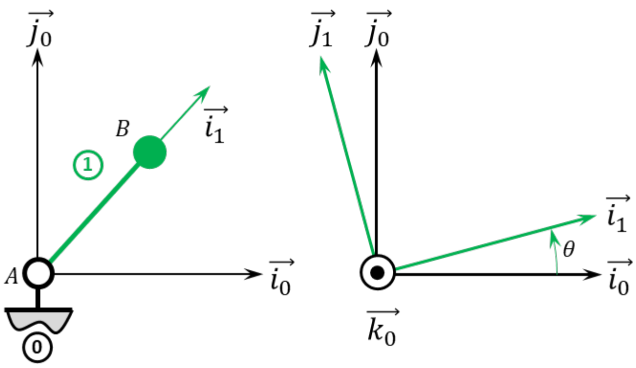
Corrigé voir 2.

Exercice 79 – Mouvement R ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20$ mm. On note m_1 la masse du solide 1, B son centre d'inertie et $I_B(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & B_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$.



Méthode 1 – Déplacement du torseur dynamique

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Méthode 2 – Calcul en A

Question 3 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en A (en utilisant une autre méthode que dans la question précédente).*

Masse ponctuelle

On fait maintenant l'hypothèse que la masse est ponctuelle et concentrée en B.

Question 4 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

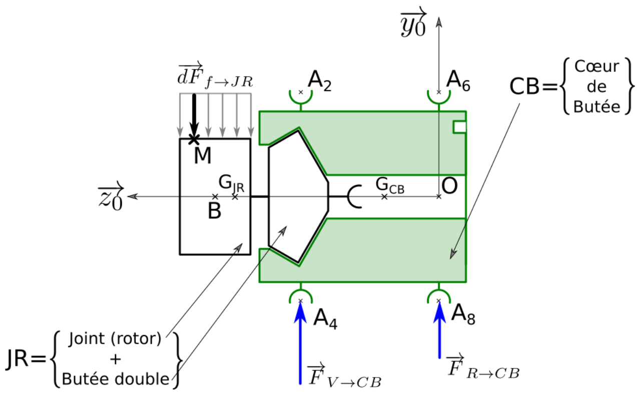
Question 5 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Corrigé voir 2.

Exercice 78 – Banc Balafre ⋆

C2-08 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



Données et hypohèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z\overrightarrow{z_0} + R_J\overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175\,\text{mm}$;
- la longueur du joint est $L_J = 150\,\text{mm}$. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B\overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425\,\text{mm}$;
- Le coeur de butée a une masse $M_{CB} = 40\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193\,\text{mm}$;
- L'ensemble JR = {Joint(rotor)+ Butée double} a une masse $M_{JR} = 100\,\text{kg}$ et la position de son centre d'inertie G_{JR} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR}\overrightarrow{z_0}$ avec $L_{JR} = 390\,\text{mm}$. On notera $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$ la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point G_{JR} exprimée dans une base $\mathscr{B}_{JR} = \left(\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0}\right)$ liée à JR;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4\overrightarrow{z_0} - R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB}\overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280\,\text{mm}$ et $R_{CB} = 150\,\text{mm}$.

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse au mouvement généré uniquement dans le plan $\left(y_0, \overrightarrow{z_0}\right)$, lorsque les actionneurs 4 et 8 sont commandés en phase, et en opposition de phase avec les actionneurs 2 et 6. Pendant ce mouvement, les actionneurs 1, 3, 5 et 7 sont laissés libres. On considérera donc qu'ils n'ont aucune action sur le coeur de butée.

Question 1 *Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.*

Les actionneurs sont utilisés uniquement pendant les phases de mesure. L'ensemble JR a donc un mouvement de rotation uniforme par rapport au coeur de butée. On donne les torseurs cinématiques (exprimés dans le repère lié au bâti $\left(O;\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$) : $\{\mathscr{V}(JR/CB)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega(JR/CB)} = \Omega\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_{JR}}$ avec Ω constante. $\{\mathscr{V}(CB/0)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0} \\ v(t)\overrightarrow{y_0}\end{array}\right\}_{G_{CB}}$.

La fonction $v(t)$ représente la vitesse de translation du coeur de butée par rapport au bâti. On peut donc relier $v(t)$ aux déplacements $y(t) = y_4(t) = y_8(t)$ provoqués en A_4 et A_8 par les actionneurs 4 et 8. On isole l'ensemble S= { JR + CB} afin de quantifier les efforts dans les actionneurs.

Question 2 *Exprimer $v(t)$ en fonction de $y(t)$.*

Question 3 *Déterminer l'expression en G_{CB} du torseur dynamique de CB par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 4 *Déterminer l'expression en G_{JR} du torseur dynamique de JR par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 5 *Exprimer alors en G le torseur dynamique de l'ensemble S par rapport à 0 en fonction de $\dot{v}(t)$, M_{CB} et M_{JR}.*

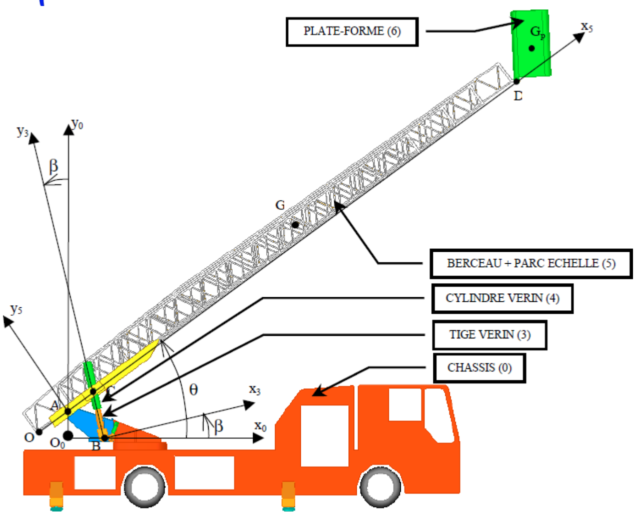
Corrigé voir 5.

Exercice 77 – EPAS ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à l'échelle pivotante équipant un camion de pompier.

DDS



Les deux vérins doivent être capables de déplacer l'ensemble du parc échelle et la plate-forme chargée.

Le parc échelle (5) : on notera la matrice d'inertie du parc échelle au point G (son centre de gravité) dans la base $\left(\overrightarrow{x_5}, \overrightarrow{y_5}, \overrightarrow{z_0}\right)$: $I_G(5) = \begin{pmatrix} I_{Gx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Gy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Gz} \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x_5}, \overrightarrow{y_5}, \overrightarrow{z_0}\right)}$. Le parc échelle a une masse notée $3m$ et une longueur notée L. Son centre de gravité G est tel que $\overrightarrow{OG} = \dfrac{L}{2}\overrightarrow{x_5} + \dfrac{h}{3}\overrightarrow{y_5}$. Le parc échelle est solidaire du berceau avec $\overrightarrow{OA} = d\,\overrightarrow{x_5}$

La plate forme chargée (6) : pendant le redressement ou l'abaissement, la plate-forme reste toujours horizontale. Sa masse une fois chargée sera notée M et son centre de gravité est le point G_P tel que : $\overrightarrow{DG_P} = \lambda\overrightarrow{x_0} + \mu\overrightarrow{y_0}$. On notera la matrice d'inertie de la plate forme chargée au point G_P (son centre de gravité) dans la base $\left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$:

$$I_{G_P}(6) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)}.$$

Le berceau (5) : sa masse sera négligée devant les autres masses. Il est incliné par rapport à l'horizontal d'un angle θ fonction du temps.

Les vérins (3+4) : leurs masses seront négligées devant les autres masses. Ils devront exercer un effort, modélisé par un glisseur de résultante $\overrightarrow{R} = R\overrightarrow{y_3}$, permettant le déplacement θ.

Question 1 *Déterminer l'expression littérale du moment dynamique en A de l'ensemble {parc échelle + berceau}* ***(5)*** *par rapport au châssis* ***(0)*** *:* $\overrightarrow{\delta(A, 5/0)}$.

Question 2 *Déterminer l'expression littérale du moment dynamique en A de la plate-forme* ***(6)*** *par rapport au châssis* ***(0)*** *:* $\overrightarrow{\delta(A, 6/0)}$.

Question 3 *Déterminer l'expression littérale de l'effort R que devra fournir l'ensemble des deux vérins sur le berceau, en fonction des masses, des paramètres géométriques et de l'angle θ et de ses dérivées. Indiquer clairement les sous-ensembles isolés, les actions mécaniques prises en compte et les théorèmes utilisés.*

Corrigé voir 5.

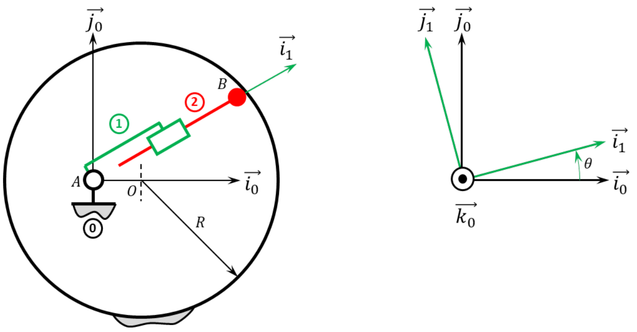
Exercice 76 – Pompe à palettes ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe). De plus, on note :

- $G_1 = A$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = -\ell\,\overrightarrow{i_1}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**, $F_h\,\overrightarrow{i_1}$ l'action du fluide sur **2** (le fluide agissant sur les solides **1** et **2**). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2****.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2****.*

Question 4 *Déterminer* $\mathcal{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir 3.

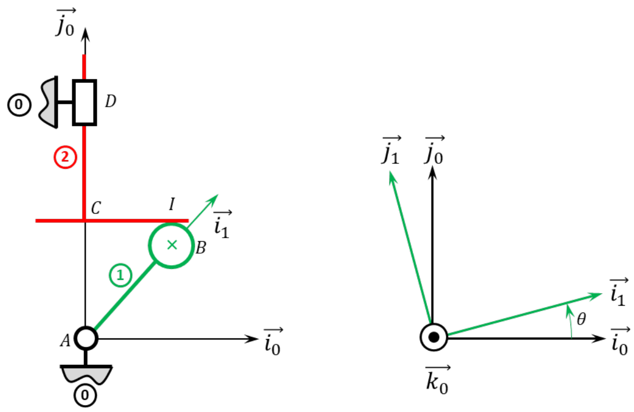
Exercice 75 – Pompe à pistons radiaux ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BI} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **1** et **2** en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**. De plus, on note :

- $G_1 = B$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2} = \ell \, \overrightarrow{j_0}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m \overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**, $F_h \overrightarrow{j_0}$ l'action du fluide sur **2** (le fluide agissant sur les solides **1** et **2**) et $F_r \overrightarrow{j_0}$ l'action du ressort sur **2** (un ressort étant positionné entre les solides **0** et **2** afin d'assurer le maintien du contact entre 1 et 2 en I). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g \, \overrightarrow{j_0}$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir 5.

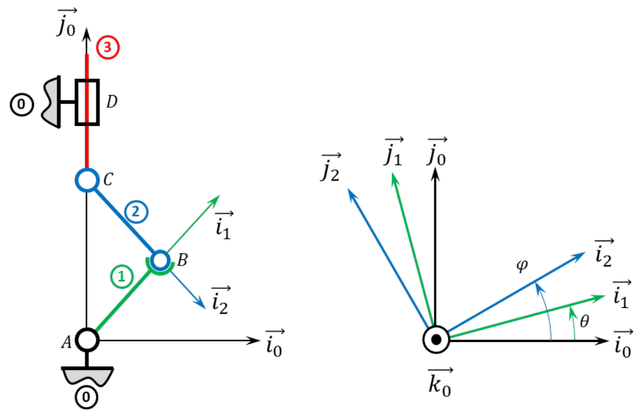
Exercice 74 – Système bielle manivelle ★★

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \, \overrightarrow{i_1}$, $\overrightarrow{CB} = L \, \overrightarrow{i_2}$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t) \, \overrightarrow{j_0}$. De plus, on note :

- $G_1 = A$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2} = \dfrac{L}{2} \overrightarrow{i_2}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie ;
- G_3 le centre d'inertie du solide **3** tel que $\overrightarrow{CG_3} = L_3 \, \overrightarrow{j_0}$, m_3 sa masse et $I_{G_3}(2) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m \overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**, $F_h \overrightarrow{j_0}$ l'action du fluide sur **3**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g \, \overrightarrow{j_0}$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir 5.

Exercice 73 – Pompe oscillante ★

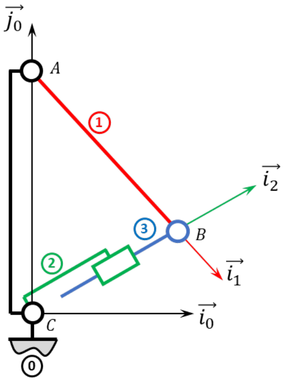
C2-09

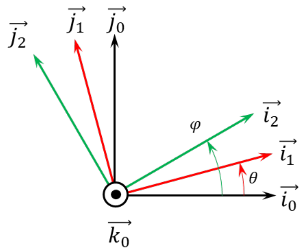
Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \, \overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{CA} = H \, \overrightarrow{j_0}$. De plus, $R = 10\,\text{mm}$ et $H = 60\,\text{mm}$. Par ailleurs, on note $\overrightarrow{CB} = \lambda(t) \, \overrightarrow{i_2}$. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=\dfrac{R}{2}\overrightarrow{i_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2}=\ell\,\overrightarrow{i_2}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie ;
- G_3 le centre d'inertie du solide **3** tel que $\overrightarrow{BG_3}=-a\,\overrightarrow{i_2}$, m_3 sa masse et $I_{G_3}(2)=\begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0\\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3\end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **2**, $F_h\,\overrightarrow{i_2}$ l'action du fluide sur **3** (le fluide agissant sur les solides **2** et **3**). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\,\overrightarrow{j_0}$.





On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathcal{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir 5.

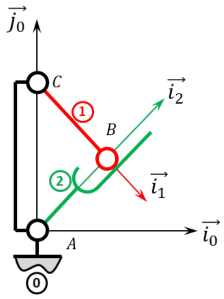
Exercice 72 – Barrière Sympact ⋆

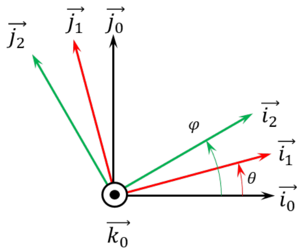
C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC}=H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB}=R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H=120$ mm et $R=40$ mm. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{CG_1}=\dfrac{R}{2}\overrightarrow{i_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{G_2}=a\,\overrightarrow{i_2}+b\,\overrightarrow{j_2}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1** et $C_r\,\overrightarrow{k_0}$ le couple exercé par un ressort de torsion agissant sur les solides **0** et **2**). L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g}=-g\,\overrightarrow{j_0}$.





On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathcal{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir 5.

Exercice 71 – Poussoir ⋆

C2-09

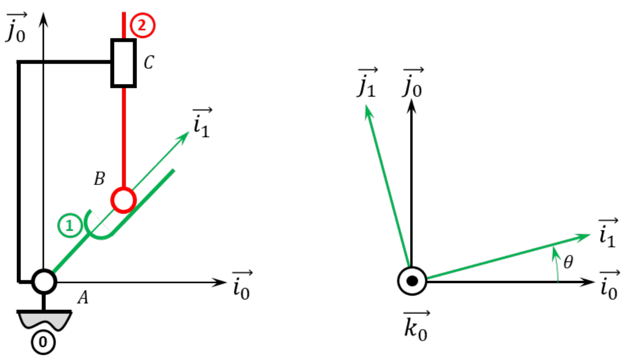
Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC}=L\,\overrightarrow{i_0}+H\,\overrightarrow{j_0}$, $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC}=\mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$. De plus, $H=120$ mm, $L=40$ mm. De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{AG_1}=R\,\overrightarrow{i_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1)=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;

- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{CG_2} = -\ell b\,\overrightarrow{j_0}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1** et $F_h\,\overrightarrow{j_0}$ l'action d'un fluide sur le solide 2. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir 5.

Exercice 70 – Système 4 barres ★★

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

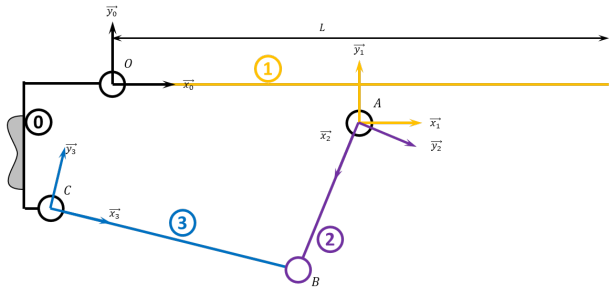
On a :

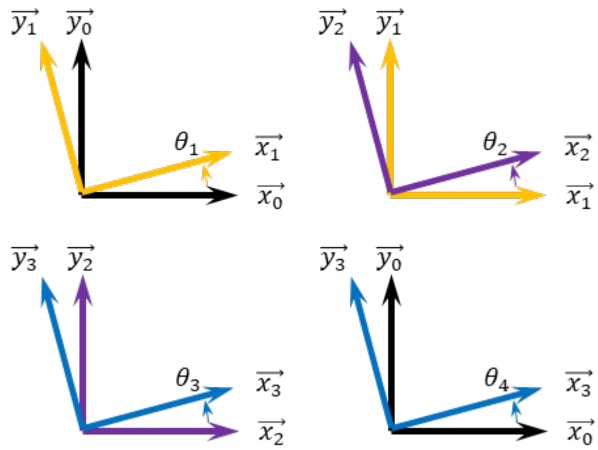
- $\overrightarrow{OA} = a\,\overrightarrow{x_1} - f\,\overrightarrow{y_1}$ avec $a = 355$ mm et $f = 13$ mm ;
- $\overrightarrow{AB} = b\,\overrightarrow{x_2}$ avec $b = 280$ mm ;
- $\overrightarrow{BC} = -c\,\overrightarrow{x_3}$ avec $c = 280$ mm ;
- $\overrightarrow{OC} = -d\,\overrightarrow{x_0} - e\,\overrightarrow{y_0}$ avec $d = 89{,}5$ mm et $e = 160$ mm.

De plus, on note :

- G_1 le centre d'inertie du solide **1** tel que $\overrightarrow{OG_1} = L\,\overrightarrow{x_1}$, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{AG_2} = \dfrac{b}{2}\,\overrightarrow{x_2}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ sa matrice d'inertie ;
- G_3 le centre d'inertie du solide **3** tel que $\overrightarrow{CG_3} = \dfrac{c}{2}\,\overrightarrow{x_3}$, m_3 sa masse et $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$ sa matrice d'inertie.

On note $C_m\,\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{z_0}$.





On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2+3/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

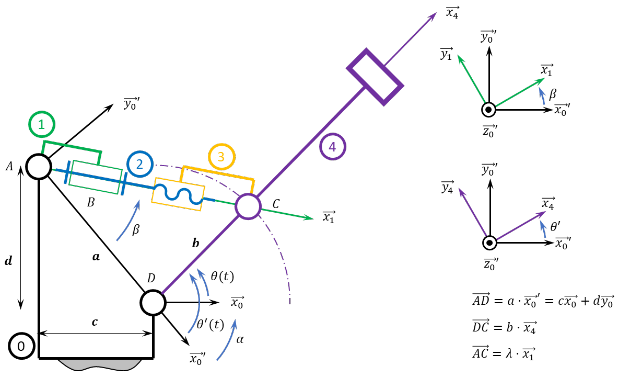
Corrigé voir 5.

Exercice 69 – Maxpid ★★★

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le schéma suivant.

DDS



Par ailleurs $a = 107{,}1\,\text{mm}$, $b = 80\,\text{mm}$, $c = 70\,\text{mm}$, $d = 80\,\text{mm}$. Le pas de la vis est de 4 mm. De plus, on note :

- $G_1 = B$ le centre d'inertie du solide **1**, m_1 sa masse et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_1}$ sa matrice d'inertie ;
- G_2 le centre d'inertie du solide **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = L\overrightarrow{x_1}$, m_2 sa masse et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ sa matrice d'inertie ;
- $G_3 = C$ le centre d'inertie du solide **3**, m_3 sa masse et $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_3}$ sa matrice d'inertie ;
- G_4 le centre d'inertie du solide **4** tel que $\overrightarrow{DG_4} = L_4\overrightarrow{x_4}$, m_4 sa masse et $I_{G_4}(4) = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_4}$ sa matrice d'inertie ;.

On note $C_m\overrightarrow{k_0}$ le couple moteur agissant sur le solide **1**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{y_0}$. On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3+4**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3+4**.*

Question 4 *Déterminer $\mathscr{E}_c(1+2+3+4/0)$.*

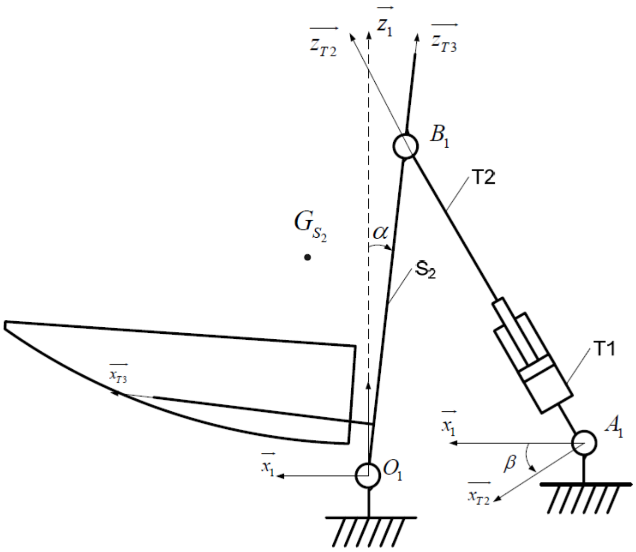
Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Corrigé voir 5.

Exercice 68 – Chariot élévateur de bateaux ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'objectif est d'obtenir un modèle dynamique du mécanisme de basculement à partir de la modélisation plane proposée sur la figure suivante.



Les solides pris en compte pour l'étude sont :

- l'ensemble S_2={ T3, T4, T5, T6, T7, T8, T9, T10, T11, B} en liaison pivot d'axe $\left(O_1, \overrightarrow{y_0}\right)$ par rapport au chariot 1 de centre de gravité G_{S_2}. Le moment d'inertie de l'ensemble S_2 par rapport à l'axe sera $\left(G_{S_2}, \overrightarrow{y_1}\right)$ noté J_{S2} et sa masse m_{S2}. La liaison pivot entre l'ensemble S_2 et le chariot génère un couple résistant $\overrightarrow{C_\mu} = -\mu\dot{\alpha}\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{O_1O_{G_{S2}}} = x_{G_{S2}}\overrightarrow{x_{T3}} + z_{G_{S2}}\overrightarrow{z_{T3}}$;
- un vérin équivalent $V = \{T1, T2\}$ dont la tige est en liaison pivot d'axe $\left(A_1, \overrightarrow{y_0}\right)$ par rapport au chariot 1 et le corps en liaison pivot d'axe $\left(B_1, \overrightarrow{y_0}\right)$ par rapport à l'ensemble S_2. La masse et l'inertie du vérin sont négligées. Le vérin développe un effort au cours du mouvement qui sera noté $\overrightarrow{F_V} = p(t)S\overrightarrow{z_{T2}}$ où $p(t)$ est la différence de pression entre les deux chambres du vérin.

On pose $\overrightarrow{A_1B_1} = (\lambda_0 + \lambda)\overrightarrow{z_{T2}}$. Le paramétrage est tel que si $\alpha = 0$ alors $\lambda = 0$.

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *En appliquant le théorème de l'énergie-puissance et en admettant que l'angle α est petit, montrer que $\alpha(t)$ et $p(t)$ sont liés par l'équation différentielle suivante : $J_{eq}\ddot{\alpha}(t) + \mu\dot{\alpha}(t) = \dfrac{Sp(t)}{k} + m_{S_2}g\,x_{G_{S_2}}$. Exprimer J_{eq}.*

Corrigé voir 5.

Exercice 67 – Banc Balafre⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Objectif L'objectif est de valider les exigences suivantes.

- 2.01 – Couple résistant : le couple résistant exercé par le film d'eau sur le joint (rotor) à $7000\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$ est estimé à $C_{\text{res}} = 100\,\text{N}\,m$.
- 2.02 – loi de commande La vitesse cible maximale $N_C^{\max} = 7000\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$ doit être atteinte en moins de $T_{\text{acc}} = 5\,\text{s}$.
- 2.03 – Risque de décrochage : le couple maximal demandé au moteur en fonctionnement doit rester inférieur à $C_u^{\max}/s = 570\,\text{Nm}$ où $C_u^{\max} =$

DDS

740 Nm et $s = 1,3$ est un coefficient de sécurité.

Sans cette partie, nous allons vérifier que le moteur modélisé dans la partie précédente permet de répondre à l'exigence 2.02 concernant la loi de commande. Nous allons également mettre en évidence la nécessité de réaliser un asservissement de la vitesse du moteur.

Données et hypothèses :

- pendant toute la phase de mise en rotation de la ligne d'arbre, on considérera pour simplifier l'étude, que le couple résistant sur le joint(rotor) est constant et égal à C_{res} ;
- le moteur étant commandé à U_S/f constant, on considérera que le couple moteur (noté C_m) est constant pendant la phase d'accélération ;
- le rendement de la liaison pivot réalisée par le palier hydrostatique (double butée) est $\eta_b = 0,95$;
- le rendement de la liaison pivot réalisée par les roulements à billes est $\eta_b = 0,9$;
- le moment d'inertie du rotor moteur est $J_{\text{mot}} = 1{,}15\,\text{kgm}^2$;
- le moment d'inertie de l'accouplement à l'arbre moteur est négligé ;
- plusieurs solutions technologiques (différentes formes internes et différents matériaux) seront testées pour la nouvelle géométrie de joint. Le moment d'inertie maximal du joint (rotor) selon l'axe de rotation est $J_{\text{joint}} = 0{,}92\,\text{kg}\,\text{m}^2$;
- le moment d'inertie de l'ensemble bda={ butée double + arbre + fusible mécanique} selon l'axe de rotation est $J_{bda} = 0{,}092\,\text{kg}\,\text{m}^2$.

On considère l'ensemble de la ligne d'arbre (voir figure Figure 5) Σ = {arbre moteur + accouplement + fusible mécanique + tube flexible + butée double + Joint (rotor)}. On notera Ω la vitesse de rotation $\Omega(\Sigma/0)$ de la ligne d'arbre par rapport au bâti 0, et J_Σ le moment d'inertie de Σ par rapport à l'axe de rotation du moteur.

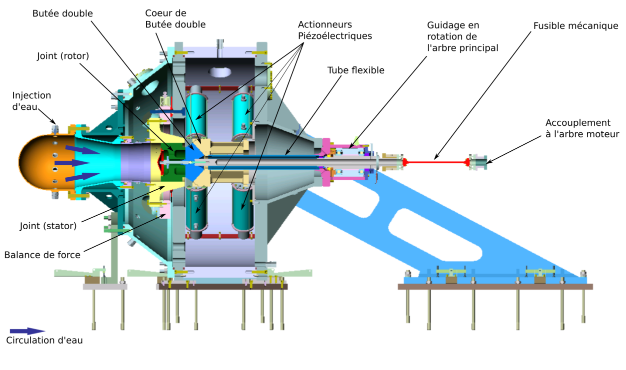


FIGURE 5 – Représentation en coupe du banc BALAFRE

Question 1 *Exprimer le moment d'inertie J_Σ en fonction des données fournies et calculer sa valeur numérique.*

Question 2 *Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble Σ par rapport au bâti (noté 0) du banc (fixé au sol).*

Question 3 *Exprimer la puissance des actions mécaniques extérieures sur Σ dans le mouvement de Σ par rapport à 0.*

Question 4 *Exprimer la puissance perdue P_{pertes} dans les roulements à billes et dans la butée hydrostatique.*

Question 5 *Exprimer le théorème de l'énergie cinétique appliqué au mouvement de Σ par rapport à 0. En déduire l'expression de $\dfrac{d\Omega}{dt}$ en fonction de C_m, C_{res}, η_r, η_r et J_Σ.*

Question 6 *En explicitant clairement les hypothèses utilisées, expliquer pourquoi l'accélération peut être considérée constante pendant la mise en mouvement de la ligne d'arbre.*

Question 7 *Déterminer la valeur minimale d'accélération α_{min} compatible avec le tableau des exigences 2.*

Question 8 *En déduire la valeur de couple moteur nécessaire pendant cette phase d'accélération.*

En cas de perturbation de vitesse sur la ligne d'arbre pendant la phase d'accélération, il peut se produire un phénomène instable au niveau du film liquide à l'intérieur du joint testé. Ceci peut se traduire par une perturbation de couple pouvant aller jusqu'à une valeur $C_p = 100\,\text{Nm}$.

Question 9 *Déterminer alors la valeur de C_m pour le scénario le plus défavorable.*

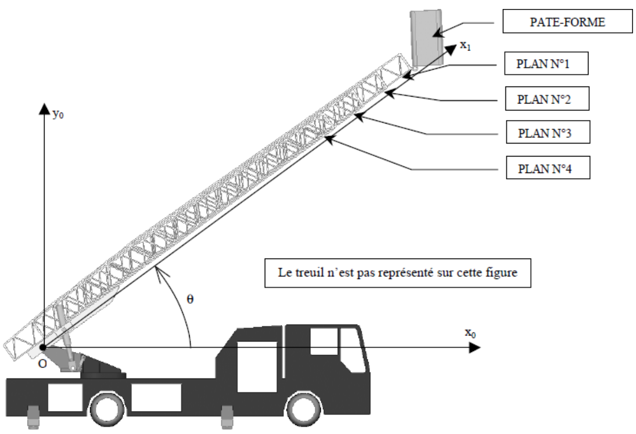
Corrigé voir 2.

Exercice 66 – EPAS★

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On suppose que le système de commande du déploiement permet d'obtenir une vitesse de la plateforme trapézoïdale :

- une première phase de mouvement uniformément accéléré, d'accélération Γ_0 ;
- une deuxième phase de mouvement uniforme, de vitesse V_0 ;
- une dernière phase de mouvement uniformément décéléré, d'accélération $-\Gamma_0$.



On note $\mathscr{R}_0 = \left(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$ le repère lié au châssis et $\mathscr{R}_1 = \left(O; \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_0}\right)$ le repère lié au berceau.

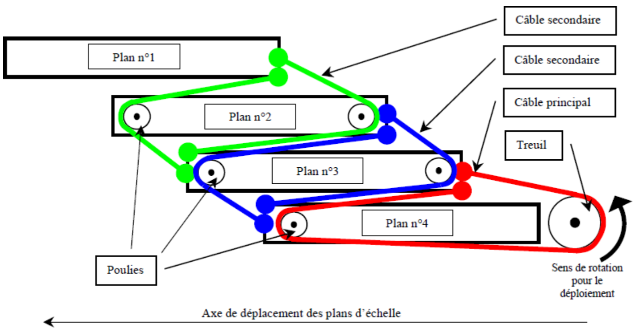
Le parc échelle : le parc échelle est redressé d'un angle θ constant par rapport à l'horizontale. Les plans du parc échelle ont tous la même masse notée M. Leur centre de gravité sera noté G_i, i étant le numéro du plan.

Chaque plan du parc échelle se translate par rapport au châssis, suivant $\overrightarrow{x_1}$ à une vitesse deux fois plus grande que le plan suivant : $\overrightarrow{V(P, \text{Plan}_i/\mathscr{R}_0)} = 2\overrightarrow{V(P, \text{Plan}_{i+1}/\mathscr{R}_0)}$

Le guidage des plans les uns par rapport aux autres engendre des efforts s'opposants aux mouvements que l'on modélisera par un glisseur dont le module de la résultante sera noté F constant.

La plate-forme : la plate-forme de centre de gravité G_P a une masse notée m, et se translate par rapport au châssis suivant $\overrightarrow{x_1}$ à une vitesse notée $V(t)$.

Le treuil : un treuil de rayon R, tournant à une vitesse de rotation notée ω, entraîne le câble principal dont les extrémités sont fixées au plan n°3. Le moment d'inertie du treuil par rapport à son axe de rotation, sera noté I. Le moment du couple moteur exercé par l'ensemble moto réducteur hydraulique sera noté C.



Question 1 *Déterminer l'énergie cinétique galiléenne de la plate-forme et des quatre plans du parc échelle en fonction de $V(t)$ et des différentes masses.*

Question 2 *Déterminer l'énergie cinétique galiléenne du treuil en fonction de $V(t)$.*

Question 3 *Déterminer la puissance des actions extérieures à l'ensemble {treuil+parc échelle+plate-forme} en fonction de $V(t)$.*

Question 4 *Déterminer la puissance des actions intérieures de ce même ensemble en fonction de $V(t)$.*

Question 5 *En déduire le moment du couple moteur nécessaire pendant la première phase de mouvement.*

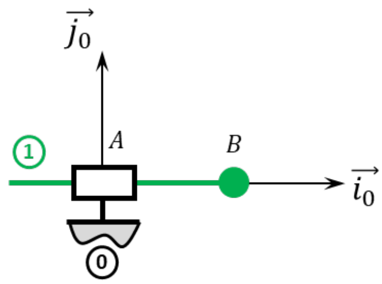
- $\mathscr{E}_c(E/0) = \dfrac{1}{2}\left(m + \dfrac{21}{16}M\right)V^2$.
- $\mathscr{E}_c(CT/0) = \dfrac{1}{2}\dfrac{I}{16R^2}V^2$.
- $P_{\text{ext}} = V\left(\dfrac{C}{4R} - g\left(m + \dfrac{7}{4}M\right)\sin\theta\right)$.
- $P_{\text{int}} = -FV$.
- $4R\left[\left(m + \dfrac{21}{16}M + \dfrac{I}{16R^2}\right)\Gamma_0 + F + g\left(m + \dfrac{7}{4}M\right)\sin\theta\right]$.

Corrigé voir 9.

Exercice 65 – Mouvement T – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide **1**. On note G le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{BG} = \ell\overrightarrow{j_1}$. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{i_0}$. Un vérin positionné entre **1** et **0** permet d'actionner la pièce **1**. On souhaite prendre en compte les frottements secs dans la liaison glissière.



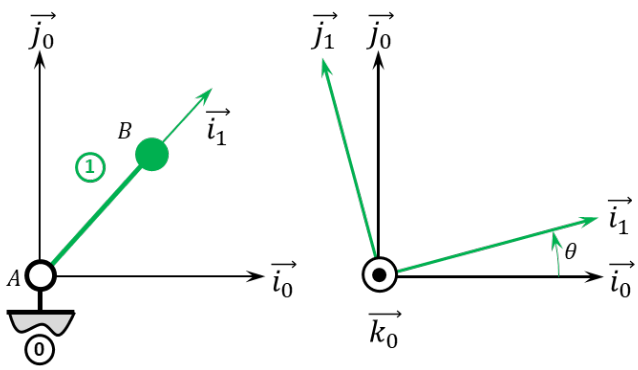
Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **1** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.*

Corrigé voir 5.

Exercice 64 – Mouvement R ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. La liaison pivot est motorisée par un moteur modélisée dont l'action mécanique sur **1** est donnée par $\overrightarrow{C_m} = C_m\overrightarrow{k_0}$. On note m_1 la masse du solide **1** et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$. On note m_1 la masse du solide 1, B son centre d'inertie et $I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$.



Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **1** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Corrigé voir 1.

Exercice 128 – EPAS ⋆

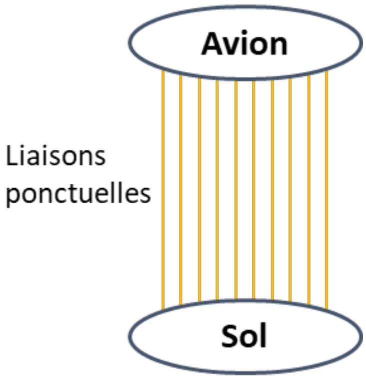
B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Montrez que le vecteur position $\overrightarrow{OG}$ du centre de gravité G du parc échelle est tel que* $\overrightarrow{OG} = \dfrac{L}{2}\overrightarrow{x_5} + \dfrac{h}{3}\overrightarrow{y_5}$.

Exercice 127 – ⋆

B2-16

On modélise chacune des 8 liaisons au sol par une liaison ponctuelle (sphère-plan). **Question 1** *Réaliser le graphe des liaisons.*



Question 2 *Déterminer le degré d'hyperstatisme d'une modélisation de la liaison avion-sol dans laquelle chaque contact roue-sol serait considéré ponctuel.*

La liaison de l'avion avec le sol est assimilabe à une liaison appui-plan de normale $\overrightarrow{z}$. Il y a donc 3 mobilités (1 rotation autour de $\overrightarrow{z}$, 1 translation selon $\overrightarrow{x}$ et 1 translation suivant $\overrightarrow{y}$.

En utilisant une méthode statique, on a $h = m - E_s + I_s$ avec :

- $m = 3$;
- $E_s = 1 \times 6 = 6$ (on ne peut isoler que l'avion) ;
- $I_s = 10 \times 1 = 10$ (8 liaisons ponctuelles avec 1 inconnue statique par liaison).

En conséquences, $h = 3 - 6 + 10 = 7$.

En utilisant une méthode cinématique, on a $h = m - I_c + E_c$ avec :

- $m = 3$;
- $E_c = \gamma \times 6 = (10 - 2 + 1) \times 6 = 54$ (on ne peut isoler que l'avion) ;
- $I_c = 10 \times 5 = 50$ (8 liaisons ponctuelles avec 5 inconnues cinématiques par liaison).

En conséquences, $h = 3 - 50 + 54 = 7$.

Pour simplifier l'étude, les actions mécaniques de contact entre chaque atterrisseur et le sol sont modélisées globalement par un effort ponctuel vertical. Ainsi la modélisation introduit trois liaisons ponctuelles de normales $(A, \overrightarrow{z})$ (atterrisseur auxiliaire), $(P_g, \overrightarrow{z})$ (atterrisseur principal gauche) et $(P_d, \overrightarrow{z})$ (atterrisseur principal droit).

Question 3 *Démontrer que ce modèle simplifié est isostatique.*

En utilisant une méthode statique, on a $h = m - E_s + I_s$ avec :

- $m = 3$;
- $E_s = 1 \times 6 = 6$ (on ne peut isoler que l'avion) ;
- $I_s = 3 \times 1 = 3$.

En conséquences, $h = 3 - 6 + 3 = 0$.

En utilisant une méthode cinématique, on a $h = m - I_c + E_c$ avec :

- $m = 3$;
- $E_c = \gamma \times 6 = (3 - 2 + 1) \times 6 = 12$ (on ne peut isoler que l'avion) ;
- $I_c = 3 \times 5 = 15$ (3 liaisons ponctuelles avec 5 inconnues cinématiques par liaison) ;

En conséquences, $h = 3 - 15 + 12 = 0$.

Exercice 126 – Parallélépipède⋆

B2-10

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Pour des raisons de symétrie, on a directement $\overrightarrow{OG} = \dfrac{a}{2}\overrightarrow{x} + \dfrac{b}{2}\overrightarrow{y} + \dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.*

Notons (1) le parallélépipède rectangle et (2) le cylindre (plein). On note $\mathcal{B}_0 = \left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z}\right)$ On a $I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_0}$ et $I_G(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_0}$ (attention l'axe du cylindre est $\overrightarrow{y}$).

On a donc $I_G(S) = \begin{pmatrix} A_1 - A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 - B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 - A_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_0}$.

Par ailleurs, $m = m_1 - m_2$ et $\overrightarrow{AG} = \dfrac{b}{2}\overrightarrow{y}$; donc $I_A(S) = \begin{pmatrix} A_1 - A_2 + m\dfrac{b^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & B_1 - B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 - A_2 + m\dfrac{b^2}{4} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_0}$.

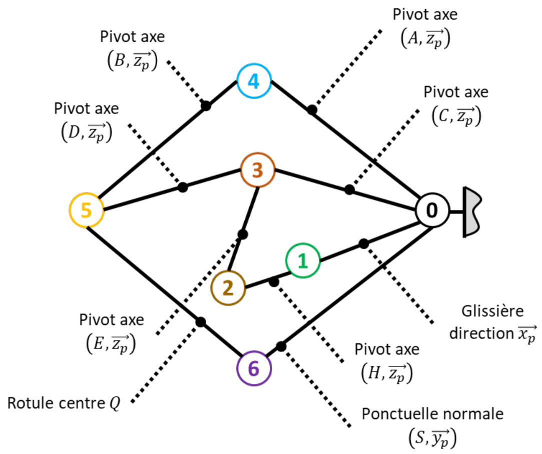
Enfin, $\overrightarrow{OG} = \dfrac{a}{2}\overrightarrow{x} + \dfrac{b}{2}\overrightarrow{y} + \dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$; donc $I_O(S) = \begin{pmatrix} A_1 - A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 - B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 - A_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_0} + m \begin{pmatrix} \dfrac{b^2}{4} + \dfrac{c^2}{4} & -\dfrac{ab}{4} & -\dfrac{ac}{4} \\ -\dfrac{ab}{4} & \dfrac{a^2}{4} + \dfrac{c^2}{4} & -\dfrac{bc}{4} \\ -\dfrac{ac}{4} & -\dfrac{bc}{4} & \dfrac{a^2}{4} + \dfrac{b^2}{4} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_0}$.

Exercice 125 – ⋆

B2-16

Question 1 *Calculer l'hyperstatisme du modèle plan du mécanisme global de la pince (Figure 1).*

Le graphe de liaisons est donné figure suivante.



- Dans le plan, on a $m = 2$: mobilité correspondant au serrage de la pièce et rotation de 6 autour de l'axe $\left(Q, \overrightarrow{z_p}\right)$.
- $I_c = 6 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 3 = 10$ (6 pivots, 1 glissière et 1 ponctuelle dans le plan) ;
- $E_c = 3 \times 3 = 9$
- $h = m - I_c + E_c = 2 - 10 + 9 = 1$.

Exercice 124 – Parallélépipède percé⋆

B2-10

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

On note m_C la masse du cylindre (plein) et m_P la masse du parallélépipède. On a alors $m = m_P - m_C$. De plus, $\overrightarrow{OG_P} = \dfrac{a}{2}\overrightarrow{x} + \dfrac{b}{2}\overrightarrow{y} + \dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$ et $\overrightarrow{OG_C} = \dfrac{a}{3}\overrightarrow{x} + \dfrac{b}{2}\overrightarrow{y} + \dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}$.

On a alors $m\overrightarrow{OG} = m_P\overrightarrow{OG_P} - m_C\overrightarrow{OG_C} = m_P\left(\dfrac{a}{2}\overrightarrow{x} + \dfrac{b}{2}\overrightarrow{y} + \dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}\right) - m_C\left(\dfrac{a}{3}\overrightarrow{x} + \dfrac{b}{2}\overrightarrow{y} + \dfrac{c}{2}\overrightarrow{z}\right)$.

Par suite, $\overrightarrow{OG} = \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z}\right)} = \begin{pmatrix} \dfrac{a}{m_P - m_C}\left(\dfrac{m_P}{2} - \dfrac{m_C}{3}\right) \\ b/2 \\ c/2 \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z}\right)}$.

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G.*

Les plans $(G,\overrightarrow{x},\overrightarrow{y})$ et $(G,\overrightarrow{z},\overrightarrow{x})$ sont des plans de symétrie. On a donc $I_G(S)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$.

On déplace la matrice du parallélépipède rectangle en G.

On a $I_{G_P}(P)=\begin{pmatrix} A_P & 0 & 0 \\ 0 & B_P & 0 \\ 0 & 0 & C_P \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$ et

$$\overrightarrow{G_P G}=\overrightarrow{G_P O}+\overrightarrow{OG}=\begin{pmatrix} -\frac{a}{2} \\ -\frac{b}{2} \\ -\frac{c}{2} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}+\begin{pmatrix} \frac{a}{m_P-m_C}\left(\frac{m_P}{2}-\frac{m_C}{3}\right) \\ b/2 \\ c/2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}=\begin{pmatrix} \frac{a}{m_P-m_C}\left(\frac{m_P}{2}-\frac{m_C}{3}\right)-\frac{a}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}=\begin{pmatrix} \Delta_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}.$$

Ainsi, $I_G(P)=I_{G_P}(P)+m_P\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_x^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_x^2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}=\begin{pmatrix} A_P & 0 & 0 \\ 0 & B_P+m_P\Delta_x^2 & 0 \\ 0 & 0 & C_P+m_P\Delta_x^2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$

On déplace la matrice du cylindre en G.

De même $I_{G_C}(C)=\begin{pmatrix} A_C & 0 & 0 \\ 0 & B_C & 0 \\ 0 & 0 & A_C \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$ et

$$\overrightarrow{G_C G}=\overrightarrow{G_C O}+\overrightarrow{OG}=\begin{pmatrix} -\frac{a}{3} \\ -\frac{b}{2} \\ -\frac{c}{2} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}+\begin{pmatrix} \frac{a}{m}\left(\frac{m_P}{2}-\frac{m_C}{3}\right) \\ b/2 \\ c/2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}=\begin{pmatrix} \frac{a}{m}\left(\frac{m_P}{2}-\frac{m_C}{3}\right)-\frac{a}{3} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}=\begin{pmatrix} \Delta'_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}.$$

Ainsi, $I_G(C)=I_{G_C}(C)+m_C\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_x'^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_x'^2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}=\begin{pmatrix} A_C & 0 & 0 \\ 0 & B_C+m_C\Delta_x'^2 & 0 \\ 0 & 0 & A_C+m_C\Delta_x'^2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$.

Bilan.

Au final, $I_G(E)=I_G(P)-I_G(C)$ et

$$I_G(E)=\begin{pmatrix} A_P-A_C & 0 & 0 \\ 0 & B_P+m_P\Delta_x^2-B_C-m_C\Delta_x'^2 & 0 \\ 0 & 0 & C_P+m_P\Delta_x^2-A_C-m_C\Delta_x'^2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$$

Exercice 123 – Robovolc⋆

B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Réaliser le graphe de liaisons.*

Question 2 *Calculer le degré d'hyperstatisme.*

Question 3 *Si le modèle est hyperstatique, modifier le modèle pour le rendre isostatique.*

Exercice 122 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

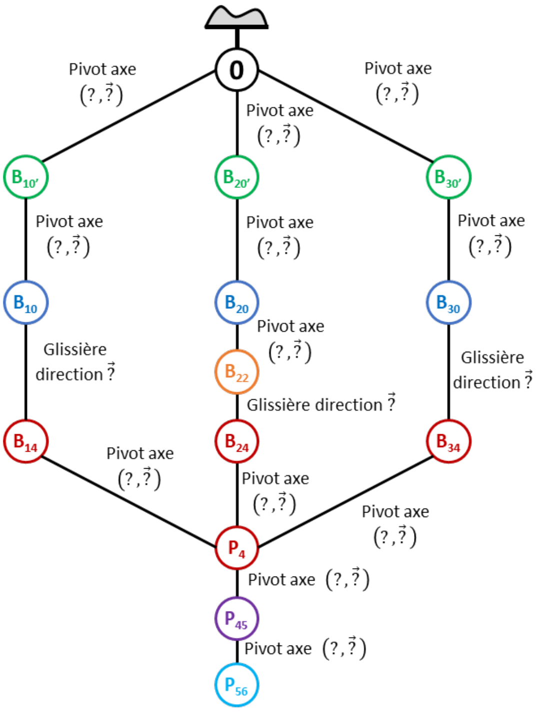
Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Exercice 121 – Triptéor ⋆

B2-16

Question 1 *Réaliser le graphe de liaisons.*



Question 2 *Calculer le degré d'hyperstatisme.*

- $m=5$: translations des 3 glissières et rotations des deux dernières pivot;
- $I_c=15$;
- $E_c=12$;
- $h=m-I_c+E_c=5-15+12=2$.

Exercice 120 – Cylindre percé ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G puis en O.*

Exercice 119 – Machine à vendanger⋆

B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Réaliser le graphe de liaisons.*

Question 2 *Calculer le degré d'hyperstatisme.*

Question 3 *Si le modèle est hyperstatique, modifier le modèle pour le rendre isostatique.*

Exercice 118 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Exercice 117 – Roburoc⋆

B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Réaliser le graphe de liaisons.*

Question 2 *Calculer le degré d'hyperstatisme.*

Question 3 *Si le modèle est hyperstatique, modifier le modèle pour le rendre isostatique.*

Exercice 116 – Disque ⋆⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.*

Question 2 *Déterminer la matrice d'inertie du solide en O.*

Exercice 115 – Nacelle articule e grande portée ⋆

B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

Exercice 114 – Banc Balafre ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer l'expression de la coordonnée z_G de $\overrightarrow{OG}$ selon $\overrightarrow{z_0}$. Faire l'application numérique.*

Question 2 *Sachant que l'ensemble JR possède une symétrie de révolution par rapport à $\left(O,\overrightarrow{z_0}\right)$, simplifier la matrice d'inertie $I_{G_{JR}}(JR)$.*

Exercice 113 – EPAS ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Montrez que le vecteur position $\overrightarrow{OG}$ du centre de gravité G du parc échelle est tel que $\overrightarrow{OG} = \dfrac{L}{2}\overrightarrow{x_5} + \dfrac{h}{3}\overrightarrow{y_5}$.*

Exercice 112 – Banc Balafre ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner la forme de la matrice d'inertie du solide **1** au point **O** dans la base $\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0}\right)$.*

Question 2 *Exprimer littéralement le moment d'inertie C_1 du solide 1 par rapport à l'axe $\left(O,\overrightarrow{z_0}\right)$, en fonction de la masse m_1 et de ses dimensions.*

Question 3 *Donner la forme de la matrice d'inertie du solide 2 au point G_2 dans la base $\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0}\right)$.*

Question 4 *Exprimer littéralement le moment d'inertie C_2' du solide 2 par rapport à l'axe $\left(G_2,\overrightarrow{z_0}\right)$, en fonction de la masse m_2 et de ses dimensions.*

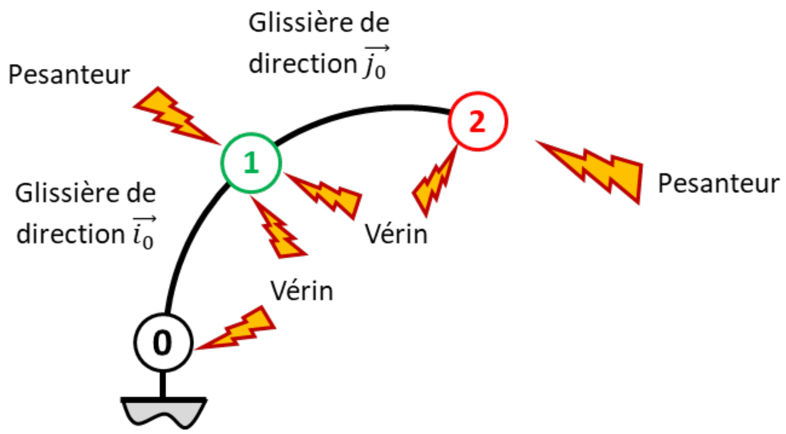
Question 5 *Exprimer littéralement le moment d'inertie C_2 du solide 2 par rapport à l'axe $\left(G_2,\overrightarrow{z_0}\right)$, en fonction de la masse m_2 et de ses dimensions.*

Exercice 111 – Mouvement TT – ⋆

B2-14

C1-05

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*



Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

C'est une chaîne ouverte. On isole l'extrémité et on applique le théorème correspondant la mobilité :

- on isole **2** et on réalise le théorème de la résultante dynamique en projection sur $\overrightarrow{j_0}$;
- on isole **1+2** et on réalise le théorème de la résultante dynamique en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.

Exercice 110 – Mouvement TT – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer les torseurs cinétiques $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ et $\{\mathscr{C}(2/0)\}$.*

Question 2 *Exprimer les torseurs dynamiques $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ et $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 3 *En déduire $\{\mathscr{D}(1+2/0)\}$ en B.*

Exercice 109 – Mouvement TT – ⋆

C2-09

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{j_0}$.*

On isole **2**.

Bilan des actions mécaniques :

- liaison glissière entre 1 et 2 : $\{\mathscr{T}(1\rightarrow 2)\} = \left\{\begin{array}{c} X_{12}\overrightarrow{i_0}+Z_{12}\overrightarrow{k_0} \\ L_{12}\overrightarrow{i_0}+M_{12}\overrightarrow{j_0}+N_{12}\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_B$;
- pesanteur : $\{\mathscr{T}(\text{Pes}\rightarrow 2)\} = \left\{\begin{array}{c} -m_2 g\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_C$;
- vérin : $\{\mathscr{T}(1_v\rightarrow 2)\} = \left\{\begin{array}{c} F_2\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$.

Application du TRD au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{j_0}$:
$\overrightarrow{R(1\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{j_0}+\overrightarrow{R(\text{Pes}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{j_0}+\overrightarrow{R(1_v\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{j_0}$.

Calcul de la résultante dynamique : $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+\ddot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}\right)$.
Application du théorème :

$$-m_2 g + F_2 = m_2\ddot{\mu}(t).$$

Question 2 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$*

On isole **1+2**.

Bilan des actions mécaniques :

- liaison glissière entre 0 et 1 : $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} Y_{01}\overrightarrow{j_0}+Z_{12}\overrightarrow{k_0} \\ L_{12}\overrightarrow{i_0}+M_{12}\overrightarrow{j_0}+N_{12}\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_A$;

DDS

- pesanteur : $\{\mathscr{T}(\text{Pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_B$;
- pesanteur : $\{\mathscr{T}(\text{Pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_2 g \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_C$;
- vérin : $\{\mathscr{T}(0_v \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_1 \overrightarrow{i_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_B$.

Application du TRD au solide **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$:
$\overrightarrow{R(0 \rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{i_0} + \overrightarrow{R(\text{Pes} \rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{i_0} + \overrightarrow{R(\text{Pes} \rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{j_0} + \overrightarrow{R(0_v \rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{i_0} = \overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$.

Calcul de la résultante dynamique : $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = m_1 \overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} + m_2 \overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = m_1 \ddot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_0} + m_2 \left(\ddot{\lambda}(t) \overrightarrow{i_0} + \ddot{\mu}(t) \overrightarrow{j_0} \right)$.
Application du théorème :

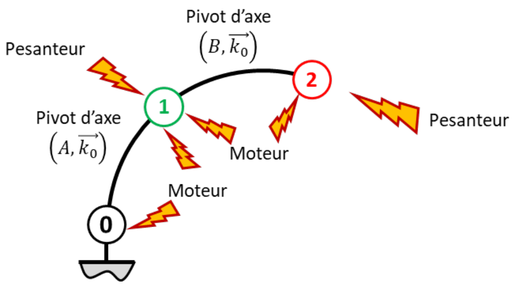
$$F_1 + F_2 = m_1 \ddot{\lambda}(t) + m_2 \ddot{\lambda}(t).$$

Exercice 108 – Mouvement RR ⋆

B2-14

C1-05

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*



Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

C'est une chaîne ouverte. On isole l'extrémité et on applique le théorème correspondant aux mobilités :

- on isole **2** et on réalise le théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$;
- on isole **1+2** et on réalise le théorème du moment dynamique en B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

Exercice 107 – Mouvement RR ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en A en utilisant 2 méthodes différentes pour le calcul du moment.*

[NON TERMINE] **Définition**

$\{\mathscr{D}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} m_1 \overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)} \\ \overrightarrow{\delta(A,1/0)} = \overrightarrow{\delta(G_1,1/0)} + \overrightarrow{AG_1} \wedge \overrightarrow{R_d(1/0)} \end{array} \right\}_A$

Calcul de $\overrightarrow{V(G_1,1/0)}$

$\overrightarrow{V(G_1,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AG_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{1}{2} R \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.

(Avec $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$).

Calcul de $\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)}$

$\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(G_1,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}$.

Calcul de $\overrightarrow{\sigma(G_1,1/0)}$

G_1 est le centre d'inertie de 1 ; donc : $\overrightarrow{\sigma(G_1,1/0)} = I_{G_1}(1)\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\theta} C_1 \overrightarrow{z_1}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(G_1,1/0)}$

G_1 est le centre d'inertie de 1 ; donc : $\overrightarrow{\delta(G_1,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(G_1,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\theta} C_1 \overrightarrow{z_1}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(A,1/0)}$

En utilisant la formule de changement de point, on a : $\overrightarrow{\delta(A,1/0)} = \overrightarrow{\delta(G_1,1/0)} + \overrightarrow{AG_1} \wedge \overrightarrow{R_d(1/0)} = \ddot{\theta} C_1 \overrightarrow{z_1} + \dfrac{1}{2} R \overrightarrow{i_1} \wedge m_1 \left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2 \overrightarrow{i_1} \right)$

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B en utilisant 2 méthodes différentes pour le calcul du moment.*

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} + L\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$.
(Avec $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$).

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$.*

Exercice 106 – Mouvement RR ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

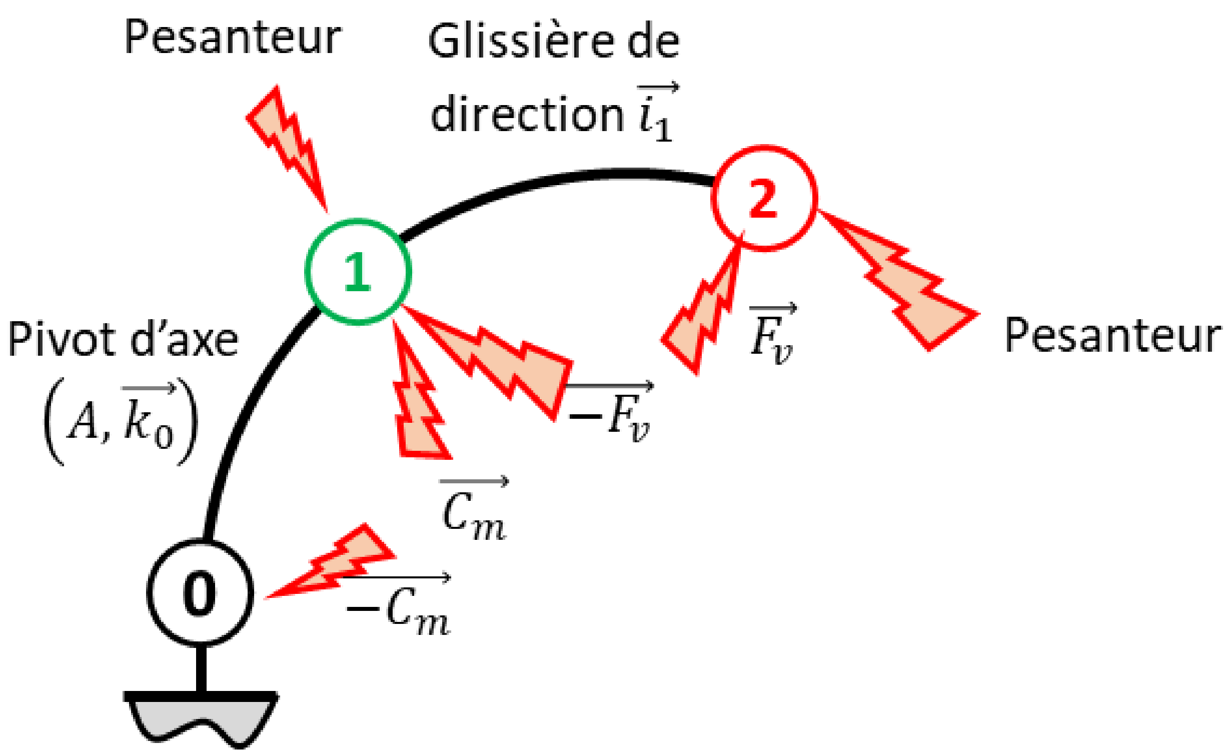
Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Question 2 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Exercice 105 – Mouvement RT ⋆

B2-14
C1-05

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*



Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

- On isole **{1}**. On réalise un théorème de la résultante dynamique en projection sur $\overrightarrow{i_1}$: $\overrightarrow{R(1\rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{i_1} + \overrightarrow{R(F_v \rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{i_1} + \overrightarrow{R(\text{Pes}\rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{i_1} = \overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1}$.
- On isole **{1+2}**. On réalise un théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $\overrightarrow{\mathscr{M}(A,0\rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{k_0} + \overrightarrow{\mathscr{M}(A,\text{Mot}\rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{k_0} + \overrightarrow{\mathscr{M}(A,\text{Pes}\rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{k_0} + \overrightarrow{\mathscr{M}(A,\text{Pes}\rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{\delta(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} + \overrightarrow{\delta(A,1/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$.

DDS

Exercice 104 – Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en A.*

On a $\{\mathscr{D}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{R_d(1/0)}\\ \overrightarrow{\delta(A,1/0)}\end{array}\right\}_A$. **Calculons $\overrightarrow{R_d(1/0)}$.**

$\overrightarrow{R_d(1/0)} = m_1 \overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)}$

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$*

Exercice 103 – Mouvement RT ⋆

C2-09

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{i_1}$.*

On isole le solide **2**.

On réalise le BAME :

- liaison glissière : $\{\mathscr{T}(1\rightarrow 2)\}$ tel que $\overrightarrow{R(1\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{i_1} = 0$;
- pesanteur sur 2 : $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\} = \left\{\begin{array}{c}-m_2 g\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$ avec $-m_2 g\overrightarrow{j_0}\cdot\overrightarrow{i_1} = -m_2 g\sin\theta$;
- action du vérin $\{\mathscr{T}(\text{Vérin}\rightarrow 2)\} = \left\{\begin{array}{c}F_v\overrightarrow{i_1}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_A$.

On applique le théorème de la résultante dynamique au solide 2 en projection sur $\overrightarrow{i_1}$: $\overrightarrow{R(1\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{i_1} + \left(-m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\cdot\overrightarrow{i_1} + F_v\overrightarrow{i_1}\cdot\overrightarrow{i_1} = \overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}$.

Calcul de $\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}$:

$\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1} = m_2\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AG_2}\right]_{\mathscr{R}_0}\cdot\overrightarrow{i_1} = m_2\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0}\cdot\overrightarrow{i_1} = m_2\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot\lambda(t)\overrightarrow{i_1}+\lambda(t)\dot\theta(t)\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0}\cdot\overrightarrow{i_1}$

$= m_2\left(\ddot\lambda(t)\overrightarrow{i_1}+\dot\lambda(t)\dot\theta(t)\overrightarrow{j_1}+\dot\lambda(t)\dot\theta(t)\overrightarrow{j_1}+\lambda(t)\ddot\theta(t)\overrightarrow{j_1}-\lambda(t)\dot\theta^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\cdot\overrightarrow{i_1} = m_2\left(\ddot\lambda(t)-\lambda(t)\dot\theta^2(t)\right)$

Au final, l'application du TRD à 2 en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ donne :

$$F_v - m_2 g\sin\theta = m_2\left(\ddot\lambda(t)-\lambda(t)\dot\theta^2(t)\right).$$

Question 2 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

On isole le solide **1+2**.

On réalise le BAME :

- liaison pivot : $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\}$ tel que $\overrightarrow{\mathscr{M}(A,0\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{k_0} = 0$.
- pesanteur sur 2 : $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\} = \left\{\begin{array}{c}-m_2 g\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$ avec $\overrightarrow{\mathscr{M}(A,\text{pes}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(\overrightarrow{AB}\wedge -m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\wedge -m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = -m_2 g\lambda(t)\cos\theta(t)$;
- pesanteur sur 1 : $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c}-m_1 g\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_1}$ avec $\overrightarrow{\mathscr{M}(A,\text{pes}\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(\overrightarrow{AG_1}\wedge -m_1 g\overrightarrow{j_0}\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(L_1\overrightarrow{i_1}\wedge -m_1 g\overrightarrow{j_0}\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = -m_1 g L_1\cos\theta(t)$;
- action du moteur $\{\mathscr{T}(\text{Moteur}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ C_m\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_A$.

On applique le théorème du moment dynamique au solide 1+2 en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $\overrightarrow{\mathscr{M}(A,0\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{k_0} + \overrightarrow{\mathscr{M}(A,\text{pes}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{k_0} + \overrightarrow{\mathscr{M}(A,\text{pes}\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{k_0} + C_m\overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{\delta(A,1/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} + \overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(A,1/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$:

$$\overrightarrow{\delta(A,1/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(\overrightarrow{\delta(G_1,1/0)}+\overrightarrow{AG_1}\wedge\overrightarrow{R_d(1/0)}\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(G_1,1/0)}\right]_0 + m_1\overrightarrow{AG_1}\wedge\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AG_1}\right]_0\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$$
$$= \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(G_1,1/0)}\right]_0\cdot\overrightarrow{k_0} + \left(m_1\overrightarrow{AG_1}\wedge\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AG_1}\right]_0\right)\cdot\overrightarrow{k_0}\right)$$
$$= \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(G_1,1/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}\right]_0 + \left(m_1L_1\overrightarrow{i_1}\wedge\left(L_1\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}-L_1\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}\right) \text{ car } \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_0}\right]_0=\overrightarrow{0}.$$
$$= C_1\ddot{\theta}(t)+m_1L_1^2\ddot{\theta}(t)$$

Calcul de $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

$$\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(\overrightarrow{\delta(G_2,2/0)}+\overrightarrow{AG_2}\wedge\overrightarrow{R_d(2/0)}\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(B,2/0)}\right]_0 + m_2\overrightarrow{AB}\wedge\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}[AB]_0\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$$
$$= \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(B,2/0)}\right]_0\cdot\overrightarrow{k_0} + \left(m_2\overrightarrow{AB}\wedge\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AB}\right]_0\right)\cdot\overrightarrow{k_0}\right)$$
$$= \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}\right]_0 + \left(m_2\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\wedge\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}+\lambda(t)\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}-\lambda(t)\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}\right) \text{ car } \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_0}\right]_0=\overrightarrow{0}.$$
$$= C_2\ddot{\theta}(t)+m_2\lambda(t)\left(\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)+\lambda(t)\ddot{\theta}(t)\right).$$

On a donc (j'espère ...) :

$$C_m - m_1 g L_1\cos\theta(t) - m_2 g\lambda(t)\cos\theta(t) = C_1\ddot{\theta}(t)+m_1L_1^2\ddot{\theta}(t)+C_2\ddot{\theta}(t)+m_2\lambda(t)\left(2\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)+\lambda(t)\ddot{\theta}(t)\right).$$

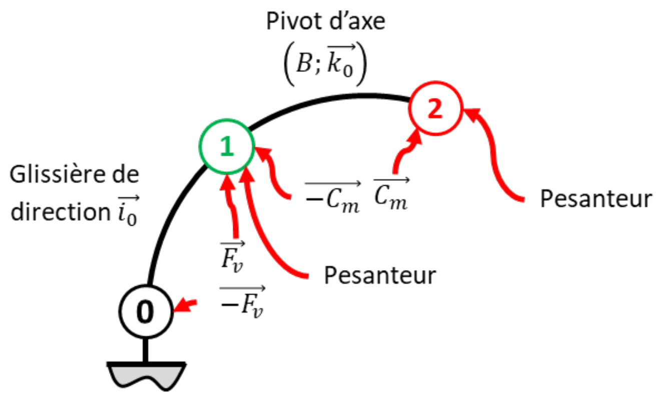
$$C_m - (m_1L_1+m_2\lambda(t))g\cos\theta(t) = C_1\ddot{\theta}(t)+m_1L_1^2\ddot{\theta}(t)+C_2\ddot{\theta}(t)+2m_2\lambda(t)\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)+m_2\lambda^2(t)\ddot{\theta}(t).$$

Exercice 102 – Mouvement RT ⋆

B2-14

C1-05

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

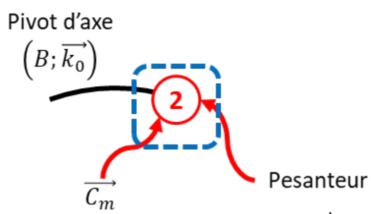


Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de* **1** *et de* **2** *par rapport à* $\mathcal{R}_0$.

Ce mécanisme présente deux degrés de liberté indépendants : $\lambda(t)$ et $\theta(t)$. Il est donc nécessaire d'écrire, dans le meilleur des cas, deux équations :

- une équation traduisant la mobilité de 2 par rapport à 1, soit TMD appliqué à 2 en B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$;
- une équation traduisant la mobilité de 2+1 par rapport à 0, soit TRD appliqué à 1+2 en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.

- **On isole 2.**
  - **BAME :**
    - actions de la liaison pivot $\{\mathscr{T}(1\rightarrow 2)\}$;
    - action du moteur $\{\mathscr{T}(\text{mot}\rightarrow 2)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}$.

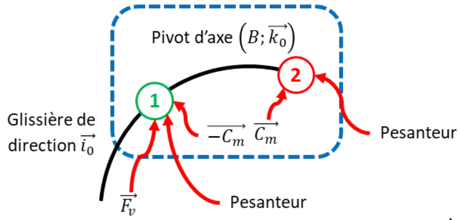


- **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $C_{\text{mot}}+\overrightarrow{\mathscr{M}(B,\text{pes}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{\delta(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$.

- **Calcul de la composante dynamique :** considérons le cas où la matrice d'inertie est donnée en C. On a donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[I_C(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$. De plus, $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = \overrightarrow{\delta(C,2/0)} + \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{R_d(2/0)}$ et $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

- **On isole 1+2.**

  - **BAME :**
    - actions de la liaison glissière $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 1)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\}$;
    - action du vérin $\{\mathcal{T}(\text{ver} \rightarrow 1)\}$;.



- **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$: $\overrightarrow{R(\text{ver} \rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{i_0} = \overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$.
- **Calcul de la composante dynamique :** $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)} + \overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)} + m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)}$.

Exercice 101 – Mouvement TR ⋆

C2-08

C2-09

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.*

Expression de la résultante dynamique $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)} = m_2\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)$.

Méthode 1 : Calcul en $G_2 = C$ puis déplacement du torseur dynamique

- Calcul du moment cinétique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = I_C(2)\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = C_1\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en B : $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = \overrightarrow{\delta(C,2/0)} + \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{R_d(2/0)} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\overrightarrow{i_2}\, m_2 \wedge \left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$ $= C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + Rm_2\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)$.

Au final, on a donc $\{\mathcal{D}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) \\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + Rm_2\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right) \end{array}\right\}_B$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$*

On a $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)} + \overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$. On projette alors sur $\overrightarrow{i_0}$, $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Exercice 100 – Mouvement TR ⋆

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

- **On isole 2.**
- **BAME :**
  - actions de la liaison pivot $\{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\}$. On a $\overrightarrow{\mathcal{M}(B,2 \rightarrow 0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{\mathcal{M}(G_2,2 \rightarrow 0)} \cdot \overrightarrow{k_0} + \left(\overrightarrow{BG_2} \wedge \left(-m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\right) \cdot \overrightarrow{k_0}$ $= \left(R\overrightarrow{i_2} \wedge \left(-m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\right) \cdot \overrightarrow{k_0} = -m_2 gR\overrightarrow{i_0} \cdot \overrightarrow{i_2} = -m_2 gR\cos\theta(t)$.
- **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $C_m + \overrightarrow{\mathcal{M}(B,\text{pes} \rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{\delta(B,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$. On a $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \left(C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)\right) \cdot \overrightarrow{k_0} = C_1\ddot{\theta} + R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t) + R\ddot{\theta}\right)$. Au final, $C_m - m_2 gR\cos\theta(t) = C_1\ddot{\theta} + R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t) + R\ddot{\theta}\right)$.

Question 2 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur* $\overrightarrow{i_0}$

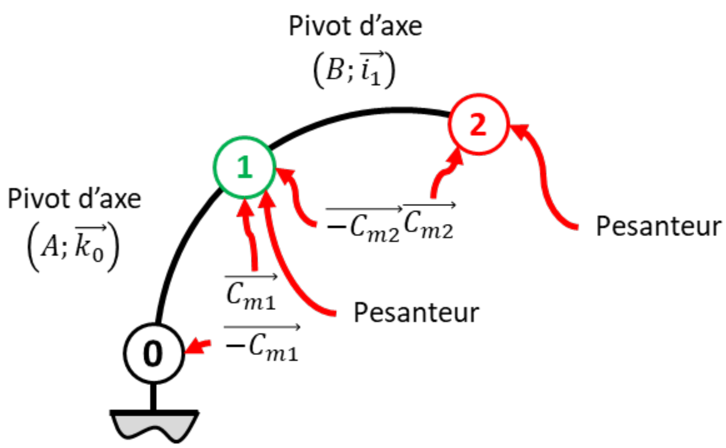
- **On isole 1+2.**
- **BAME :**
  - actions de la liaison glissière $\{\mathscr{T}(0 \rightarrow 1)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes} \rightarrow 1)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathscr{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\}$;
  - action du vérin $\{\mathscr{T}(\text{ver} \rightarrow 1)\}$.
- **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$: $\overrightarrow{R(\text{ver} \rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{i_0} = \overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$. Au final, $F_{\text{ver}} = m_1 \ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Exercice 99 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*



Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à* $\mathscr{R}_0$.

On isole 2 et on réalise un théorème du moment dynamique en B (ou A) en projection sur $\overrightarrow{i_1}$.

On isole 1+2 et on réalise un théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

Exercice 98 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* B.

Par définition, $\{\mathscr{D}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{R_d(1/0)} \\ \overrightarrow{\delta(B,1/0)} \end{array}\right\}_B$.

Calculons $\overrightarrow{R_d(1/0)}$

$\overrightarrow{R_d(1/0)} = m_1\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)} = m_1\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$

Calcul de $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ **:** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.

Calcul de $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$ **:** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}$.

Au final, $\overrightarrow{R_d(1/0)} = m_1\left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}\right)$.

Calculons $\overrightarrow{\delta(B,1/0)}$ B est le centre d'inertie du solide 1 ; donc d'une part, $\overrightarrow{\delta(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(B,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

D'autre part, $\overrightarrow{\sigma(B,1/0)} = I_B(1)\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1} \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = C_1\dot{\theta}\overrightarrow{k_0}$.

Par suite, $\overrightarrow{\delta(B,1/0)} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_0}$.

Au final, $\{\mathscr{D}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} m_1\left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}\right) \\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_B$.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Tout d'abord, $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} = \overrightarrow{\delta(A,1/0)} + \overrightarrow{\delta(A,2/0)}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(A,1/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$ **– Méthode 1**

$\overrightarrow{\delta(A,1/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \left(\overrightarrow{\delta(B,1/0)} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R_d(1/0)}\right) \cdot \overrightarrow{k_0} = \left(C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_0} + R\overrightarrow{i_1} \wedge m_1\left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}\right)\right) \cdot \overrightarrow{k_0} = C_1\ddot{\theta} + m_1R^2\ddot{\theta}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$ **– Méthode 1**

A est un point fixe. On a donc $\overrightarrow{\delta(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(A,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} \cdot \overrightarrow{k_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}\right]_{\mathscr{R}_0} \underbrace{-\overrightarrow{\sigma(A,2/0)} \cdot \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_0}\right]_{\mathscr{R}_0}}_{\overrightarrow{0}}$.

A est un point fixe. On a donc $\overrightarrow{\sigma(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \left(I_A(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}\right) \cdot \overrightarrow{k_0}$

$I_A(2) = I_{G_2}(2) + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2R^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_2R^2 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$ et $\overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2} = \dot{\theta}\left(\cos\varphi\overrightarrow{k_2} + \sin\varphi\overrightarrow{j_2}\right) + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2}$.

On a donc $\overrightarrow{\sigma(A,2/0)} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 + m_2R^2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2m_2R^2 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta}\sin\varphi \\ \dot{\theta}\cos\varphi \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2} = \begin{pmatrix} A_2\dot{\varphi} \\ \dot{\theta}\sin\varphi\left(B_2 + m_2R^2\right) \\ \dot{\theta}\cos\varphi\left(C_2 + m_2R^2\right) \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$.

De plus $\overrightarrow{k_1} = \cos\varphi\overrightarrow{k_2} + \sin\varphi\overrightarrow{j_2}$. On a alors $\overrightarrow{\sigma(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \dot{\theta}\sin^2\varphi\left(B_2 + m_2R^2\right) + \dot{\theta}\cos^2\varphi\left(C_2 + m_2R^2\right)$.

Enfin, $\overrightarrow{\delta(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \left(B_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\sin^2\varphi + 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\varphi\sin\varphi\right) + \left(C_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\cos^2\varphi - 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\varphi\sin\varphi\right)$.

Conclusion

$\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = C_1\ddot{\theta} + m_1R^2\ddot{\theta} + \left(B_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\sin^2\varphi + 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\varphi\sin\varphi\right) + \left(C_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\cos^2\varphi - 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\varphi\sin\varphi\right)$.

Exercice 97 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point A en projection sur* $\overrightarrow{i_1}$.

Question 2 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur* $\overrightarrow{k_0}$.

Exercice 96 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à* $\mathscr{R}_0$.

Exercice 95 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ *en* B.

Par définition, $\{\mathscr{D}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_d(2/0)} \\ \overrightarrow{\delta(B,2/0)} \end{array} \right\}_B$.

Calculons $\overrightarrow{R_d(2/0)}$ **:** $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$

Calcul de $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ **:**

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1} + L\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_0}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{0}$;

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_1} = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}\right) \wedge \overrightarrow{i_2} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_2} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} \wedge \overrightarrow{i_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = -R\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_1} + L\left(-\dot{\theta}\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}\right)$.

Calcul de $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$:

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$

$= \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\,\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)\right]_{\mathscr{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_1}\right) \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{j_2} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\sin\varphi\,\overrightarrow{k_1} - \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_2}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}$.

Avec les hypothèses, on a $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\,\overrightarrow{k_1} - \dot{\varphi}\,\overrightarrow{i_2}\right) - \dot{\theta}\left(R\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1} + L\cos\varphi\,\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1} - L\dot{\varphi}\sin\varphi\,\overrightarrow{k_1}\right)$.

Calculons $\overrightarrow{\delta(C,2/0)}$

C est le centre d'inertie du solide 2 ; donc d'une part, $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

D'autre part, $\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = I_C(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}$.

Or $\overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\left(\cos\varphi\,\overrightarrow{j_2} + \sin\varphi\,\overrightarrow{i_2}\right) + \dot{\varphi}\,\overrightarrow{k_2}$.

$$\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2} \begin{pmatrix} \dot{\theta}\sin\varphi \\ \dot{\theta}\cos\varphi \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2} = \begin{pmatrix} \dot{\theta}A_2\sin\varphi \\ \dot{\theta}B_2\cos\varphi \\ C_2\dot{\varphi} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}.$$

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{j_0}$*

Exercice 94 – Mouvement RR 3D ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

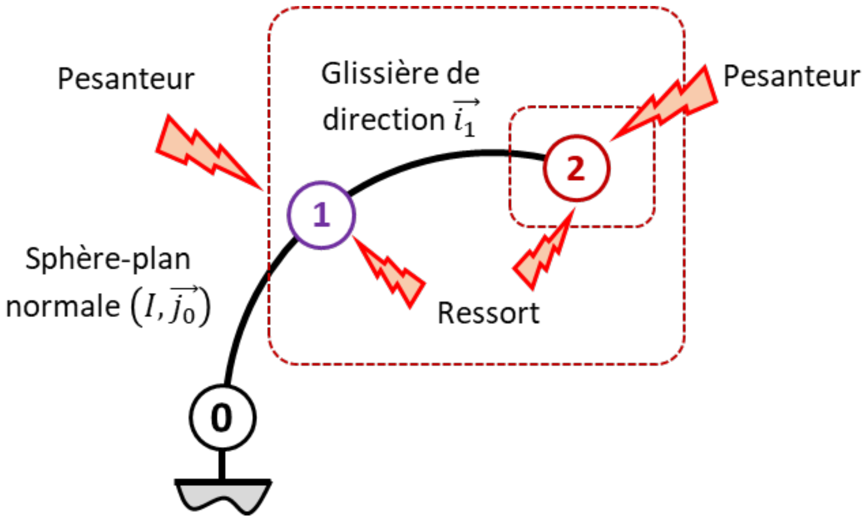
Question 1 *Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_1}$ puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{j_0}$*

Exercice 93 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-14

C1-05

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*



Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Le système posède deux mobilités :

- translation de 1 par rapport à 2 (λ) ;
- rotation de l'ensemble {1+2} autour du point I (le roulement sans glissement permet d'écrire une relation entre la rotation de paramètre θ et le déplacement suivant $\overrightarrow{i_0}$.

On en déduit la stratégie suivante :

- on isole 2 et on réalise un théorème de la résultante dynamique en projection suivant $\overrightarrow{i_1}$. BAME : $\{\mathscr{T}(1\rightarrow 2)\}$, $\{\mathscr{T}(1_{\text{ressort}}\rightarrow 2)\}$ ($\overrightarrow{R(1\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{i_1}=0$ et $\overrightarrow{R(1_{\text{ressort}}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{i_1}=0$) $\{\mathscr{T}(\text{Pesanteur}\rightarrow 2)\}$.
- on isole {1+2} et on réalise un théorème du moment dynamique en I en projection suivant $\overrightarrow{k_0}$. BAME : $\{\mathscr{T}(0\rightarrow 1)\}$ ($\overrightarrow{\mathscr{M}(I,0\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{k_0}=0$), $\{\mathscr{T}(\text{Pesanteur}\rightarrow 1)\}$ et $\{\mathscr{T}(\text{Pesanteur}\rightarrow 2)\}$.

Exercice 92 – Mouvement RT – RSG ★★

C2-08

C2-09

Question 1 *Déterminer* $\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}$

Par définition, $\overrightarrow{R_d(2/0)}=m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)}=m_2\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

Calcul de $\overrightarrow{V(B,2/0)}$:
$\overrightarrow{V(B,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{V(B,1/0)}$.
D'une part, $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_1}$.
D'autre part, en utilisant le roulement sans glissement en I, $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(I,1/0)}+\overrightarrow{BI}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=\overrightarrow{0}+\left(-\lambda(t)\overrightarrow{i_1}-R\,\overrightarrow{j_0}\right)\wedge\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0}=-\dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{k_0}+R\,\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{k_0}\right)=\dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-R\,\overrightarrow{i_0}\right)$.
Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)}=\dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_1}+\dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-R\,\overrightarrow{i_0}\right)$.

Calcul de $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$:
$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}+\ddot{\theta}(t)\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-R\,\overrightarrow{i_0}\right)+\dot{\theta}(t)\left(\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_1}-\lambda(t)\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}\right)$.
Au final, $\overrightarrow{R_d(2/0)}=m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}+\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}+\ddot{\theta}(t)\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-R\,\overrightarrow{i_0}\right)+\dot{\theta}(t)\left(\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_1}-\lambda(t)\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}\right)\right)$

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

On a $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}=\overrightarrow{\delta(I,1/0)}+\overrightarrow{\delta(I,2/0)}$.

Calcul $\overrightarrow{\delta(I,1/0)}$

Par déplacement du moment dynamique, on a $\overrightarrow{\delta(I,1/0)}=\overrightarrow{\delta(G_1,1/0)}+\overrightarrow{IG_1}\wedge\overrightarrow{R_d(1/0)}$

- $\overrightarrow{\delta(G_1,1/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(G_1,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}\cdot\overrightarrow{k_0}=C_1\ddot{\theta}$.
- $\overrightarrow{R_d(1/0)}=m_1\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(G_1,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$ et $\overrightarrow{V(G_1,1/0)}=\overrightarrow{V(I,1/0)}+\overrightarrow{G_1I}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=\overrightarrow{0}+\left(\ell\,\overrightarrow{i_1}-R\,\overrightarrow{j_0}\right)\wedge\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0}=\dot{\theta}\left(-\ell\,\overrightarrow{j_1}+R\,\overrightarrow{i_0}\right)$.
  On a donc $\overrightarrow{R_d(1/0)}=m_1\ddot{\theta}\left(-\ell\,\overrightarrow{j_1}+R\,\overrightarrow{i_0}\right)+m_1\ell\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}$.
- $\left(\overrightarrow{IG_1}\wedge\overrightarrow{R_d(1/0)}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}=\left(\left(R\,\overrightarrow{j_0}-\ell\,\overrightarrow{i_1}\right)\wedge\left(m_1\ddot{\theta}\left(-\ell\,\overrightarrow{j_1}+R\,\overrightarrow{i_0}\right)+m_1\ell\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$
  $=\left(R\,\overrightarrow{j_0}\wedge\left(m_1\ddot{\theta}\left(-\ell\,\overrightarrow{j_1}+R\,\overrightarrow{i_0}\right)+m_1\ell\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}\right)-\ell\,\overrightarrow{i_1}\wedge\left(m_1\ddot{\theta}\left(-\ell\,\overrightarrow{j_1}+R\,\overrightarrow{i_0}\right)+m_1\ell\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$
  $=m_1\left(R\,\overrightarrow{j_0}\wedge\left(\ddot{\theta}\left(-\ell\,\overrightarrow{j_1}+R\,\overrightarrow{i_0}\right)+\ell\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}\right)-\ell\ddot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}\wedge\left(-\ell\,\overrightarrow{j_1}+R\,\overrightarrow{i_0}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$
  $=m_1\left(R\left(\ddot{\theta}\left(-\ell\,\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{j_1}+R\,\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_0}\right)+\ell\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_1}\right)-\ell\ddot{\theta}\left(-\ell\,\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{j_1}+R\,\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{i_0}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$
  $=m_1\left(R\left(\ddot{\theta}\left(-\ell\sin\theta-R\right)-\ell\dot{\theta}^2\cos\theta\right)-\ell\ddot{\theta}\left(-\ell-R\sin\theta\right)\right)$
  $=m_1\left(-R\left(\ddot{\theta}\left(\ell\sin\theta+R\right)+\ell\dot{\theta}^2\cos\theta\right)+\ell\ddot{\theta}\left(\ell+R\sin\theta\right)\right)$
  $=m_1\left(-R\ddot{\theta}\ell\sin\theta-R^2\ddot{\theta}-R\ell\dot{\theta}^2\cos\theta+\ell^2\ddot{\theta}+R\ell\ddot{\theta}\sin\theta\right)$
  $=m_1\left(-R^2\ddot{\theta}-R\ell\dot{\theta}^2\cos\theta+\ell^2\ddot{\theta}\right)$
- Au final, $\overrightarrow{\delta(I,1/0)}=C_1\ddot{\theta}+m_1\left(-R^2\ddot{\theta}-R\ell\dot{\theta}^2\cos\theta+\ell^2\ddot{\theta}\right)$.

Calcul $\overrightarrow{\delta(I,2/0)}$

Par déplacement du moment dynamique, on a $\overrightarrow{\delta(I,2/0)}=\overrightarrow{\delta(G_2,2/0)}+\overrightarrow{IG_2}\wedge\overrightarrow{R_d(2/0)}$

- $\overrightarrow{\delta(G_2,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(G_2,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}\cdot\overrightarrow{k_0}=C_2\ddot{\theta}$.

- $\left(\overrightarrow{IG_2}\wedge \overrightarrow{R_d(2/0)}\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(R\overrightarrow{j_0}\wedge\left(m_2\left(\ddot\lambda(t)\overrightarrow{i_1}+\dot\lambda(t)\dot\theta\overrightarrow{j_1}+\ddot\theta(t)\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)+\dot\theta(t)\left(\dot\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-\lambda(t)\dot\theta\overrightarrow{i_1}\right)\right)\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0} =$
$m_2R\left(\overrightarrow{j_0}\wedge\left(\ddot\lambda(t)\overrightarrow{i_1}+\dot\lambda(t)\dot\theta\overrightarrow{j_1}+\ddot\theta(t)\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)+\dot\theta(t)\left(\dot\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-\lambda(t)\dot\theta\overrightarrow{i_1}\right)\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$
$\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\wedge\left(m_2\left(\ddot\lambda(t)\overrightarrow{i_1}+\dot\lambda(t)\dot\theta\overrightarrow{j_1}+\ddot\theta(t)\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)+\dot\theta(t)\left(\dot\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-\lambda(t)\dot\theta\overrightarrow{i_1}\right)\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$
$= m_2R\left(-\ddot\lambda(t)\cos\theta+\dot\lambda(t)\dot\theta\sin\theta+\ddot\theta(t)(-\lambda(t)\sin\theta+R)+\dot\theta(t)\left(\dot\lambda(t)\sin\theta+\lambda(t)\dot\theta\cos\theta\right)\right)$
$+\lambda(t)m_2\left(2\dot\lambda(t)\dot\theta+\ddot\theta(t)(\lambda(t)+R\sin\theta)\right)$
$=-m_2R\ddot\lambda(t)\cos\theta+m_2R\dot\lambda(t)\dot\theta\sin\theta-m_2R\ddot\theta(t)\lambda(t)\sin\theta+m_2R^2\ddot\theta(t)+m_2R\dot\theta(t)\dot\lambda(t)\sin\theta+m_2R\dot\theta^2(t)\lambda(t)\cos\theta+$
$2\lambda(t)m_2\dot\lambda(t)\dot\theta+\ddot\theta(t)m_2\lambda(t)^2+\ddot\theta(t)\lambda(t)m_2R\sin\theta$
$=-m_2R\ddot\lambda(t)\cos\theta+m_2R\dot\lambda(t)\dot\theta\sin\theta+m_2R^2\ddot\theta(t)+m_2R\dot\theta(t)\dot\lambda(t)\sin\theta+m_2R\dot\theta^2(t)\lambda(t)\cos\theta+2m_2\lambda(t)\dot\lambda(t)\dot\theta+$
$m_2\ddot\theta(t)\lambda(t)^2$
Au final, $\overrightarrow{\delta(I,2/0)}=-m_2R\ddot\lambda(t)\cos\theta+m_2R\dot\lambda(t)\dot\theta\sin\theta+m_2R^2\ddot\theta(t)+m_2R\dot\theta(t)\dot\lambda(t)\sin\theta+m_2R\dot\theta^2(t)\lambda(t)\cos\theta+$
$2m_2\lambda(t)\dot\lambda(t)\dot\theta+m_2\ddot\theta(t)\lambda(t)^2+C_2\ddot\theta$

Exercice 91 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{i_1}$*

Question 2 *Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

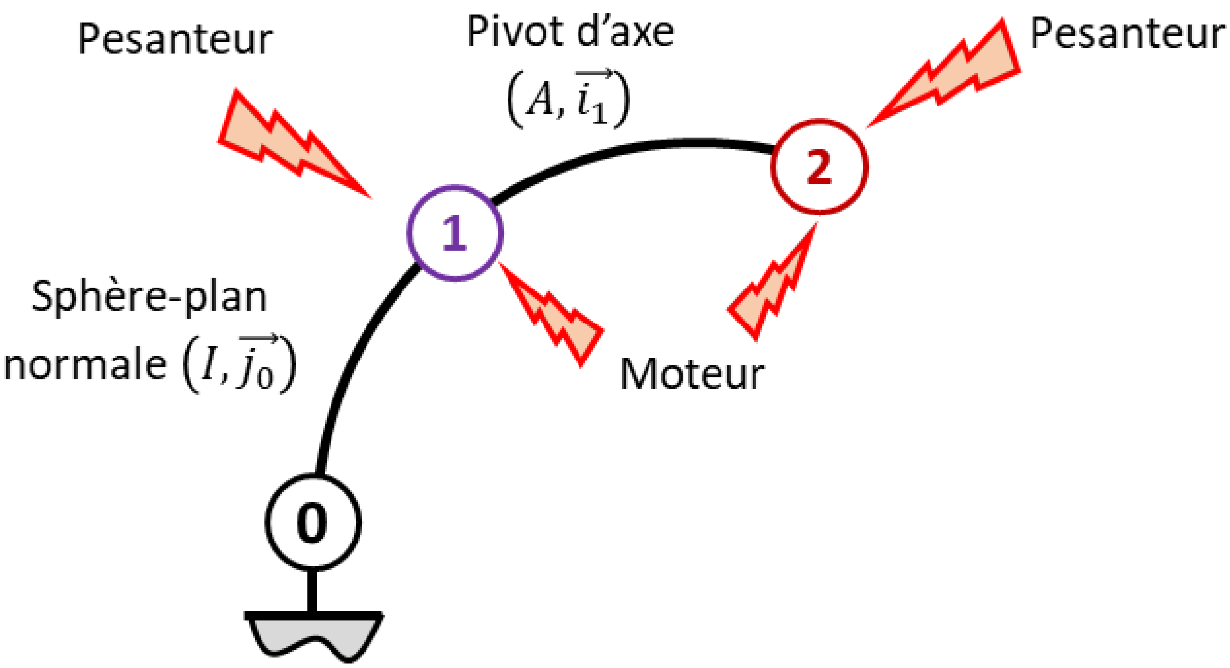
DDS

Exercice 90 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

B2-14

C1-05

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*



Question 2 *Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

- Première équation :
  - On isole 2.
  - Bilan des actions mécaniques extérieures :
    - liaison pivot en A telle que $\overrightarrow{\mathscr{M}(A,1\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{0}$;
    - pesanteur en B : $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}=\left\{\begin{array}{c}-m_2g\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$;
    - cople moteur : $\{\mathscr{T}(1_m\rightarrow 2)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ C_m\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_{\forall P}$.

- On applique le théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.
- Deuxième équation :
  - On isole 1+2.
  - Bilan des actions mécaniques extérieures :
    - liaison ponctuelle avec RSG en I telle que $\overrightarrow{\mathcal{M}(I,0\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{0}$;
    - pesanteur en G_1 : $\{\mathcal{T}(\text{pes}\rightarrow 1)\}=\left\{\begin{array}{c}-m_1 g\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_1}$;
    - cople moteur : $\{\mathcal{T}(2\rightarrow 1_m)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ -C_m\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_{\forall P}$.
  - On applique le théorème du moment dynamique en I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.
  - Remarque : on ne modélise pas la résistance au roulement.

Exercice 89 – Mouvement RR – RSG ⋆⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}$*

(Voir exercice B2-13 46-RR-RSG).

1. $\overrightarrow{V(B,2/0)}=L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.
2. $\{\mathcal{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega(2/0)}=\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0}\\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)\end{array}\right\}_B$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}=L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}-L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2}+\ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)-L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

$\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}=m_2\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}=\left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}-L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2}+\ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)-L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\cdot\overrightarrow{i_1}=-\sin\varphi(t)L\ddot{\varphi}(t)-L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\cos\varphi+\ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)-L\dot{\theta}^2(t)$

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$*

Calculons $\overrightarrow{\sigma(B,2/0)}=\begin{pmatrix}A_2&0&0\\0&B_2&0\\0&0&C_2\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}\overrightarrow{\Omega(2/0)}=C_2\left(\dot{\varphi}+\dot{\theta}\right)\overrightarrow{k_0}$.

Calculons $\overrightarrow{\delta(B,2/0)}=C_2\left(\ddot{\varphi}+\ddot{\theta}\right)\overrightarrow{k_0}$.

Enfin, $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\left(\overrightarrow{\delta(B,2/0)}+\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{R_d(2/0)}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$=C_2\left(\ddot{\varphi}+\ddot{\theta}\right)+m_2\left(L\overrightarrow{i_1}\wedge\left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}-L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2}+\ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)-L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$=C_2\left(\ddot{\varphi}+\ddot{\theta}\right)+m_2L\left(\left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{j_2}-L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{i_2}+\ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{i_0}\right)\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$=C_2\left(\ddot{\varphi}+\ddot{\theta}\right)+m_2L\left(L\ddot{\varphi}(t)\cos\varphi-L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\sin\varphi+\ddot{\theta}(t)(L+R\sin\theta)\right)$.

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$*

Calculons $R\overrightarrow{j_0}\wedge\left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}-L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2}+\ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)-L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$=R\left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{j_2}-L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_2}+\ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_0}\right)-L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_1}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$=R\left(L\ddot{\varphi}(t)\sin\left(\theta+\varphi\right)+L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\cos\left(\varphi+\theta\right)+\ddot{\theta}(t)(L\sin\theta+R)+L\dot{\theta}^2(t)\cos\theta\right)$...

On peut en déduire $\overrightarrow{\delta(I,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$.

On fait l'hypothèse que $\ell=0$.

Par ailleurs, on a $\overrightarrow{\delta(G_1,1/0)}=C_1\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}$

» Calculer $\overrightarrow{\delta(I,1/0)}$...

Exercice 88 – Mouvement RT – RSG ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 *Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Question 2 *Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*

Exercice 87 – Mouvement T – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Quelle est la vitesse maximale que l'axe peut atteindre en $\mathrm{m\,s^{-1}}$.*
$V = \dfrac{50}{60} = 0{,}83\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Question 2 *Combien de temps l'axe met-il pour atteindre la vitesse maximale ?*
$T_a = 0,83/9,8 = 0{,}08\,\mathrm{s}$.

Question 3 *Quelle distance l'axe parcourt-il pour atteindre la vitesse maximale ?*
Si on trace le profil de vitesse en fonction du temps, la distance parcourue correpond à « l'aire sous la courbe ».
On a donc $D_a = \dfrac{1}{2} T_a V \simeq 0{,}03\,\mathrm{m}$.

Question 4 *Quelle est la longueur minimale à commander pour que l'axe puisse atteindre la vitesse maximale ?*
Pour atteindre la vitesse maximale, il faut donc commander une distance supérieure à 0,06 m.

Question 5 *Tracer le profil de la position, de la vitesse et de l'accélération pour parcourir une distance de 50 cm. On cherchera à atteindre les performances maximales de l'axe.*

Question 6 *Déterminer le couple à fournir par la poulie pour déplacer la charge lorsque l'accélération est au maximum.*

Exercice 86 – Mouvement R ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Calculer l'accélération du moteur pendant le démarrage.*

Question 2 *Calculer le temps mis pour atteindre la fréquence nominale.*

Exercice 85 – Barrière Sympact ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner **l'allure** des lois d'accélération, vitesse et position angulaires. Vous indiquerez toutes les valeurs utiles (sous forme littérale).*

Question 2 *Donner l'expression littérale du temps total.*

Question 3 *Donner l'expression littérale de la vitesse angulaire en fin de phase d'accélération.*

Question 4 *Donner l'expression littérale de l'angle total parcouru.*

Question 5 *Déterminer la durée de l'accélération ainsi que la vitesse angulaire maximale atteinte.*

Exercice 84 – Automate d'exploration de l'hémostase ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer la vitesse maximale V_M^x en fonction de x_M^{max}, T et T_a.*
La distance $x_M^{\max}$ correspond à l'aire sous le courbe de la loi de commande de vitesse. On a alors $x_M^{\max} = (T - T_a)\,V_M^x$ $\Longleftrightarrow V_M^x = \dfrac{x_M^{\max}}{T - T_a}$.

Question 2 *Par application du théorème de l'énergie cinétique sur l'ensemble des pièces en mouvement, exprimer le couple moteur C_m en fonction de V_x, T_a, J_e et λ durant les trois phases du mouvement.*

- Expression de l'énerige cinétique : $\mathcal{E}_c(E/0) = \dfrac{1}{2} J_e (\omega_m^x)^2$.
- Puissance intérieure : $\mathcal{P}_{\text{int}}(E) = 0$.
- Puissance extérieure : $\mathcal{P}_{\text{ext}}(E) = C_m \omega_m^x$.
- Application du TEC : $J_e \omega_m^x \dot{\omega}_m^x = C_m \omega_m^x$ soit $J_e \dot{\omega}_m^x = C_m$.

On a alors sur chacune des phases :

- Phase 1 : $C_m = J_e \dot{\omega}_m^x$ avec $\dot{\omega}_m^x = \dot{V_M}^x / \lambda = \dfrac{V_M^x}{\lambda T_a}$ et $C_m = J_e \dfrac{V_M^x}{\lambda T_a}$.
- Phase 2 : $C_m = 0$.
- Phase 3 : $C_m = -J_e \dfrac{V_M^x}{\lambda T_a}$.

DDS

Question 3 *Préciser à quel(s) instant(s) t la puissance fournie par le moteur est maximale (P_{max})*

.

Question 4 *Exprimer cette puissance P_{max} en fonction de V_M^x, λ, J_e, et T_a.*

$P_{\max} = J_e \dfrac{V_M^x}{\lambda T_a} \omega_m^x = J_e \dfrac{(V_M^x)^2}{\lambda^2 T_a}$.

Question 5 *Donner alors l'expression de P_{max} en fonction de x_M^{max}, λ, J_e, et T_a.*

On a alors $P_{\max} = J_e \dfrac{\left(x_M^{\max}\right)^2}{\lambda^2 (T-T_a)^2 T_a}$.

Question 6 *À partir de cette expression, montrer que P_{max} est minimale pour un réglage du temps d'accélération T_a tel que $T_a = \dfrac{T}{3}$.*

On résout $\dfrac{\mathrm{d}P_{\max}}{\mathrm{d}T_a} = 0$ et on cherche la valeur de T_a pour laquelle $P_{\max}$ est minimale.

Question 7 *Déterminer la vitesse de rotation maximum ω_{max}^x que doit atteindre le moteur. Le choix de celui-ci est-il validé ?*

On a $V_M^x = \dfrac{x_M^{\max}}{T-T_a}$. D'autre part, $V_M^x = \omega_M^x k R_p$ soit $\omega_M^x = \dfrac{V_M^x}{kR_p} = \dfrac{x_M^{\max}}{kR_p(T-T_a)}$.

AN : $\omega_M^x = \dfrac{550\times 10^{-3}}{0,1\times 20\times 10^{-3}(1-1/3)} = \dfrac{550\times 3}{4} = 412{,}5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ soit $3941\,\mathrm{tr\,min^{-1}}$.

Cette valeur est bien compatible avec la vitesse du moteur.

Exercice 83 – Automate d'exploration de l'hémostase ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *En exprimant la condition de roulement sans glissement en I, déterminer ω_b et v, les composantes du torseur cinématique en G de la bille par rapport au rail 0, en fonction de $\dot\theta$, r et R.*

- On isole la bille.
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
  - $\{\mathcal{T}(\text{rail}\to\text{bille})\} = \left\{\begin{array}{c} -N_I\overrightarrow{z_1}+T_I\overrightarrow{x_1} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_I = \left\{\begin{array}{c} -N_I\overrightarrow{z_1}+T_I\overrightarrow{x_1} \\ rT_I\overrightarrow{y_1}\end{array}\right\}_G$.
  - $\{\mathcal{T}(\text{bob}\to\text{bille})\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{F}(\text{bob}\to\text{bille}) = F(t)\overrightarrow{x_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_G$.
  - $\{\mathcal{T}(\text{fluide}\to\text{bille})\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{F}(\text{fluide}\to\text{bille}) = -f_v\overrightarrow{V(G,\text{bille}/0)} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_G$.
  - $\{\mathcal{T}(g\to\text{bille})\} = \left\{\begin{array}{c} mg\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_G$.
- On calcule le torseur dynamique de la bille $\{\mathcal{D}(\text{bille}/0)\} = \left\{\begin{array}{c} m\overrightarrow{\Gamma(G,\text{bille}/0)} \\ -J\dfrac{R-r}{r}\ddot\theta\overrightarrow{y_0}\end{array}\right\}_G$ avec $\overrightarrow{\Gamma(G,\text{bille}/0)} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{V(G,\text{bille}/0)}}{\mathrm{d}t} = (R-r)\ddot\theta\overrightarrow{x_1} - (R-r)\dot\theta^2\overrightarrow{z_1}$.

En appliquant le TRD à la bille en projection sur $\overrightarrow{z_1}$, on a : $-N_I + F(t)\overrightarrow{x_0}\cdot\overrightarrow{z_1} + mg\overrightarrow{z_0}\cdot\overrightarrow{z_1} = -m(R-r)\dot\theta^2 \iff -N_I + F(t)\sin\theta + mg\cos\theta = -m(R-r)\dot\theta^2$.

En appliquant le TMD à la bille, en G, en projection sur $\overrightarrow{y_0}$, on a : $rT_1 = -J\dfrac{R-r}{r}\ddot\theta \iff rT_1 = -\dfrac{2}{5}mr^2\dfrac{R-r}{r}\ddot\theta$ $\iff T_1 = \dfrac{2}{5}m(r-R)\ddot\theta$.

Question 2 *En justifiant clairement la démarche et les théorèmes utilisés : montrer que les efforts normal N_I et tangentiel T_I du rail sur la bille sont liés à l'angle θ par les équations suivantes :*

$N_I = F(t)\sin\theta + mg\cos\theta + m(R-r)\dot\theta^2$ et $T_I = \dfrac{2}{5}m(r-R)\ddot\theta$. En appliquant le TRD à la bille en projection sur $\overrightarrow{x_1}$, on a : $T_I + F(t)\overrightarrow{x_0}\cdot\overrightarrow{x_1} + mg\overrightarrow{z_0}\cdot\overrightarrow{x_1} - f_v(R-r)\dot\theta = m(R-r)\ddot\theta \iff T_I + F(t)\cos\theta - mg\sin\theta - f_v(R-r)\dot\theta = m(R-r)\ddot\theta$.

En utilisant la question précédente, on a alors $\dfrac{2}{5}m(r-R)\ddot\theta + F(t)\cos\theta - mg\sin\theta - f_v(R-r)\dot\theta = m(R-r)\ddot\theta$

$\iff F(t)\cos\theta = mg\sin\theta + f_v(R-r)\dot\theta + \dfrac{7}{5}m(R-r)\ddot\theta$

(Signe à revoir ?).

Question 3 *En justifiant clairement la démarche et les théorèmes utilisés, montrer que $\dfrac{7}{5}m(r-R)\ddot\theta + f_v(r-R)\dot\theta +$*

$mg\sin\theta = F(t)\cos\theta$.

Si θ est petit $\frac{7}{5}m(r-R)\ddot{\theta}+f_v(r-R)\dot{\theta}+mg\theta = F(t)$. En passant dans le domaine de Laplace, on a $\frac{7}{5}m(r-R)p^2\theta(p)+ f_v(r-R)p\theta(p)+mg\theta(p)=F(p)$ soit $H(p)=\dfrac{1}{\frac{7}{5}m(r-R)p^2+f_v(r-R)p+mg}$

$$=\dfrac{\frac{1}{mg}}{\frac{7}{5g}(r-R)p^2+\frac{f_v}{mg}(r-R)p+1}.$$

On a donc $K_S=\dfrac{1}{mg}$, $\omega_0=\sqrt{\dfrac{5g}{7(r-R)}}$, $\dfrac{2\xi}{\omega_0}=\dfrac{f_v(r-R)}{mg}$ soit $\xi=\dfrac{f_v(r-R)}{2mg}\sqrt{\dfrac{5g}{7(r-R)}}=\dfrac{f_v}{2mg}\sqrt{\dfrac{5g(r-R)}{7}}$

Exercice 82 – Banc d'épreuve hydraulique ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer c_{lent} et c_{rap} en fonction de t_a, t_l et t_r.*

Question 2 *En déduire les valeurs numériques de t_r et de t_a. En déduire l'accélération a du chariot.*

Question 3 *Déterminer ω_m en fonction de V et des données cinémtiques utiles.*

Question 4 *En déduire les valeurs numériques de la vitesse maximale du moteur ω_m et de l'accélération angulaire $\dot{\omega}_m$ pendant les phases d'accélération et de décélération.*

Question 5 *Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble Σ par rapport au référentiel galiléen bâti.*

Question 6 *En déduire l'expression de l'inertie équivalente de cet ensemble ramenée à l'axe de sortie du moteur, notée J_{eq} en fonction de M, I_m, I_r et des données cinématiques utiles. Application numérique.*

Question 7 *Déterminer l'expresion du couple C_m à fournir par le moteur en fonction de $\dot{\omega}_m$, J_{eq} et F. Calculer C_m.*

Exercice 81 – Mouvement T – ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Exercice 80 – Mouvement T – ⋆

B2-13 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

Exercice 79 – Mouvement R ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Méthode 1 – Déplacement du torseur dynamique

Question 1 *Exprimer le torseur cinétique $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en B puis en A.*

Méthode 2 – Calcul en A

Question 3 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en A (en utilisant une autre méthode que dans la question précédente).*

DDS

Masse ponctuelle
On fait maintenant l'hypothèse que la masse est ponctuelle et concentrée en B.

Question 4 *Exprimer le torseur cinétique* $\{\mathscr{C}(1/0)\}$ *en* B.

Question 5 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ *en* B *puis en* A.

Exercice 78 – Banc Balafre ⋆

C2-08 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Décrire la nature du mouvement obtenu pour le coeur de butée CB par rapport au bâti 0 dans ces conditions.*

Question 2 *Exprimer* $v(t)$ *en fonction de* $y(t)$.

Question 3 *Déterminer l'expression en* G_{CB} *du torseur dynamique de CB par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 4 *Déterminer l'expression en* G_{JR} *du torseur dynamique de JR par rapport au bâti 0 (fixé au sol et donc considéré comme un référentiel galiléen).*

Question 5 *Exprimer alors en* G *le torseur dynamique de l'ensemble* S *par rapport à 0 en fonction de* $\dot{v}(t)$, M_{CB} *et* M_{JR}.

Exercice 77 – EPAS ⋆

B2-10 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer l'expression littérale du moment dynamique en A de l'ensemble {parc échelle + berceau}* ***(5)*** *par rapport au châssis* ***(0)*** *:* $\overrightarrow{\delta(A,5/0)}$.

Question 2 *Déterminer l'expression littérale du moment dynamique en A de la plate-forme* ***(6)*** *par rapport au châssis* ***(0)*** *:* $\overrightarrow{\delta(A,6/0)}$.

Question 3 *Déterminer l'expression littérale de l'effort* R *que devra fournir l'ensemble des deux vérins sur le berceau, en fonction des masses, des paramètres géométriques et de l'angle* θ *et de ses dérivées. Indiquer clairement les sous-ensembles isolés, les actions mécaniques prises en compte et les théorèmes utilisés.*

- $\overrightarrow{\delta(A,5/0)} = \left[I_{Gz} + 3m\left[\left(\frac{L}{2} - d \right)^2 + \frac{h^2}{9} \right] \right] \ddot{\theta}\, \overrightarrow{z_0}$.
- $\overrightarrow{\delta(A,6/0)} = M\left[H\ddot{\theta}\left(H + \lambda\cos\theta + \mu\sin\theta\right) + H\dot{\theta}^2\left(-\lambda\sin\theta + \mu\cos\theta\right)\right]\overrightarrow{z_0}$.
- $R = \dfrac{\left[I_{Gz} + 3m\left[\left(\frac{L}{2} - d \right)^2 + \frac{h^2}{9} \right] \right] \ddot{\theta} + M\left[H\ddot{\theta}\left(H + \lambda\cos\theta + \mu\sin\theta\right) + H\dot{\theta}^2\left(-\lambda\sin\theta + \mu\cos\theta\right)\right] + 3mg\left[\left(\frac{L}{2} - d \right)\cos\theta + \frac{h}{3}\sin\theta \right] + Mg\left[H\cos\theta + \lambda\right]}{c\cos\left(\theta - \beta\right)}$.

Exercice 76 – Pompe à palettes ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2***.

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2***.

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c(1+2/0)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 75 – Pompe à pistons radiaux ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathcal{E}_c\left(1+2/0\right)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 74 – Système bielle manivelle ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathcal{E}_c\left(1+2+3/0\right)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 73 – Pompe oscillante ⋆

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2+3**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathcal{E}_c\left(1+2+3/0\right)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 72 – Barrière Sympact ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble **1+2**.*

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c\left(1+2/0\right)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 71 – Poussoir ⋆

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2***.

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2***.

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c\left(1+2/0\right)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 70 – Système 4 barres ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On rappelle que la loi entrée sortie est donnée par la relation *** établie à l'exercice **??**.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2+3***.

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2+3***.

Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c\left(1+2+3/0\right)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 69 – Maxpid ⋆⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse en indiquant l'ensemble des actions mécaniques agissant sur les différents solides.*

Question 2 *Déterminer l'ensemble des puissances intérieures à l'ensemble* ***1+2+3+4***.

Question 3 *Déterminer l'ensemble des puissances extérieures à l'ensemble* ***1+2+3+4***.

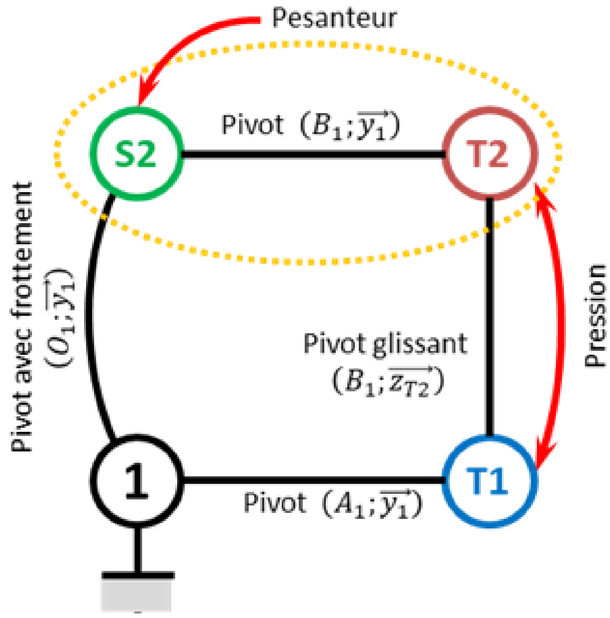
Question 4 *Déterminer* $\mathscr{E}_c\left(1+2+3+4/0\right)$.

Question 5 *Déterminer la loi de mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.*

Exercice 68 – Chariot élévateur de bateaux ⋆⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *En appliquant le théorème de l'énergie-puissance et en admettant que l'angle α est petit, montrer que $\alpha(t)$ et $p(t)$ sont liés par l'équation différentielle suivante : $J_{eq}\ddot{\alpha}(t)+\mu\dot{\alpha}(t)=\dfrac{Sp(t)}{k}+m_{S_2}g\,x_{G_{S_2}}$. Exprimer J_{eq}.*

On isole l'ensemble $E=\{S2;T2,\}$. On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble en mouvement dans le référentiel terrestre galiléen : $\mathscr{P}_{\text{int}}(E)+\mathscr{P}\left(\overline{E}\rightarrow E/R_g\right)=\dfrac{\mathrm{d}\mathscr{E}_c\left(E/R_g\right)}{\mathrm{d}t}$.

Calcul des puissances externes

$\mathscr{P}\left(\text{pes}\rightarrow 2/R_g\right)=$

Calcul des puissances internes $\mathscr{P}_{\text{int}}(E)=0$ car pas de frottement dans la liaison pivot.

Exercice 67 – Banc Balafre⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Exprimer le moment d'inertie J_Σ en fonction des données fournies et calculer sa valeur numérique.*

Question 2 *Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble Σ par rapport au bâti (noté 0) du banc (fixé au sol).*

Question 3 *Exprimer la puissance des actions mécaniques extérieures sur Σ dans le mouvement de Σ par rapport à 0.*

Question 4 *Exprimer la puissance perdue P_{pertes} dans les roulements à billes et dans la butée hydrostatique.*

Question 5 *Exprimer le théorème de l'énergie cinétique appliqué au mouvement de Σ par rapport à 0. En déduire l'expression de $\dfrac{d\Omega}{dt}$ en fonction de C_m, C_{res}, η_r, η_r et J_Σ.*

Question 6 *En explicitant clairement les hypothèses utilisées, expliquer pourquoi l'accélération peut être considérée constante pendant la mise en mouvement de la ligne d'arbre.*

Question 7 *Déterminer la valeur minimale d'accélération α_{min} compatible avec le tableau des exigences 2.*

Question 8 *En déduire la valeur de couple moteur nécessaire pendant cette phase d'accélération.*

Question 9 *Déterminer alors la valeur de C_m pour le scénario le plus défavorable.*

Exercice 66 – EPAS⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Déterminer l'énergie cinétique galiléenne de la plate-forme et des quatre plans du parc échelle en*

DDS

fonction de $V(t)$ et des différentes masses.

Question 2 *Déterminer l'énergie cinétique galiléenne du treuil en fonction de $V(t)$.*

Question 3 *Déterminer la puissance des actions extérieures à l'ensemble {treuil+parc échelle+plate-forme} en fonction de $V(t)$.*

Question 4 *Déterminer la puissance des actions intérieures de ce même ensemble en fonction de $V(t)$.*

Question 5 *En déduire le moment du couple moteur nécessaire pendant la première phase de mouvement.*

Exercice 65 – Mouvement T – ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **1** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.*

Exercice 64 – Mouvement R ⋆

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Dans le but d'obtenir la loi de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **1** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.*