DM 3

Pied stabilisateur

Question 1 *Analyser le mécanisme (calculer le degré d'hyperstisme) et proposer les étapes de résolution du problème de détermination des efforts dans les liaisons.*

Correction Les pièces {1+2}, 3 et 4 sont bi-rotulées. Donc il existe une mobilité de rotation propre (respectivement autour de $\overrightarrow{x_{12}}$, $\overrightarrow{x_3}$, $\overrightarrow{x_4}$. La pièce 5 peut faire 3 mouvements de rotation.

Au final, $m=6$.

Il y a 6 liaisons rotules; donc 18 inconnues statiques.

Il y a 4 pièces que l'on peut isoler, donc 24 équations statiques.

Au final, $h = m - E_S + I_S = 6 - 24 + 18 = 0$. Le système est isostatique. On peut calculer toutes les actions mécaniques.

Le torseur d'une liaison rotule, en statique est un glisseur.

Les ensembles {1+2}, 3 et 4 sont tous 3 soumis à deux glisseurs.

En appliquant le PFS à chacun de ces ensembles, on a : $\{\mathscr{T}(2\rightarrow 5)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_2\overrightarrow{x_{12}} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_D$, $\{\mathscr{T}(3\rightarrow 5)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_3\overrightarrow{x_3} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_D$, $\{\mathscr{T}(4\rightarrow 5)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_4\overrightarrow{x_4} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_D$.

On isole alors 5 soumis à 4 actions mécaniques. On applique le TRS en projection sur $\overrightarrow{x_0}$, $\overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{z_0}$.

Question 2 *Calculer les actions exercées par le patin sur les barres et le vérin.*

Correction On a $\overrightarrow{x_{12}} = \dfrac{\overrightarrow{CD}}{||\overrightarrow{CD}||} = \dfrac{1}{\sqrt{36a^2+25a^2}}\begin{pmatrix} 6a \\ 0 \\ -5a \end{pmatrix} = \dfrac{1}{\sqrt{61}}\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$.

On a $\overrightarrow{x_3} = \dfrac{\overrightarrow{AD}}{||\overrightarrow{AD}||} = \dfrac{1}{\sqrt{4a^2+a^2+36a^2}}\begin{pmatrix} 6a \\ 2a \\ -a \end{pmatrix} = \dfrac{1}{\sqrt{41}}\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

On a $\overrightarrow{x_4} = \dfrac{\overrightarrow{BD}}{||\overrightarrow{BD}||} = \dfrac{1}{\sqrt{36a^2+4a^2+a^2}}\begin{pmatrix} 6a \\ -2a \\ -a \end{pmatrix} = \dfrac{1}{\sqrt{41}}\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

En isolant 5 et en appliquant le TRS, on a donc : $\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{6F_2}{\sqrt{61}} + \dfrac{6F_3}{\sqrt{41}} + \dfrac{6F_4}{\sqrt{41}} = 0 \\ 0 + \dfrac{2F_3}{\sqrt{41}} - \dfrac{2F_4}{\sqrt{41}} = 0 \\ -\dfrac{5F_2}{\sqrt{61}} - \dfrac{F_3}{\sqrt{41}} - \dfrac{F_4}{\sqrt{41}} + F = 0 \end{array} \right.$

D'après la résultante sur $\overrightarrow{y}$, $F_3 = F_4$; donc $\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{6F_2}{\sqrt{61}} + \dfrac{12F_3}{\sqrt{41}} = 0 \\ -\dfrac{5F_2}{\sqrt{61}} - \dfrac{2F_3}{\sqrt{41}} + F = 0 \end{array} \right.$

Par suite, $\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{6F_2}{\sqrt{61}} + \dfrac{12F_3}{\sqrt{41}} = 0 \\ -\dfrac{30F_2}{\sqrt{61}} - \dfrac{12F_3}{\sqrt{41}} + 6F = 0 \end{array} \right.$; donc $-\dfrac{24F_2}{\sqrt{61}} + 6F = 0$ et $F_2 = F\dfrac{\sqrt{61}}{4}$.

Enfin, $F_3 = -\dfrac{F_2\sqrt{41}}{2\sqrt{61}} = -F\dfrac{\sqrt{61}}{4}\dfrac{\sqrt{41}}{2\sqrt{61}} = -F\dfrac{\sqrt{41}}{8}$

Question 3 *Réaliser l'application numérique.*

Correction $F_2 = 58\,576\,\text{N}$, $F_3 = F_4 = -24\,011\,\text{N}$,

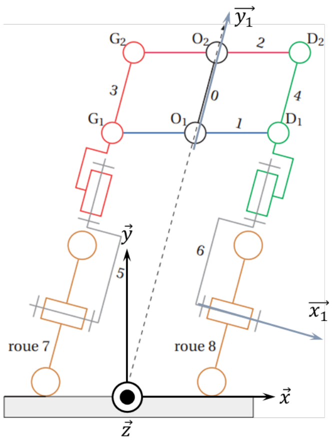
Question 4 *Les exigences du cahier des charges sont-elles vérifiées ?*

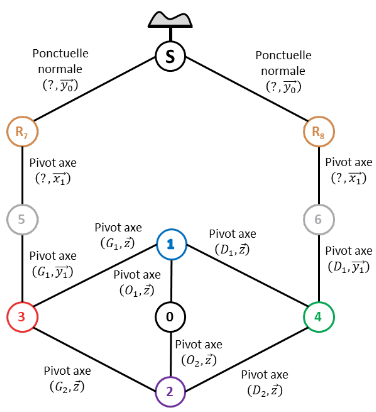
Correction Dans les barres 3 et 4 l'action maximale n'est pas dépassée. De plus, le vérin hydraulique est adapté à l'effort. Les deux exigences sont donc vérifiées.

Exercice 1 – Scooter Piaggio⋆ [2]B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Réaliser le graphe de liaisons du système de direction. On considèrera le sol comme une classe d'équivalence.*





Question 2 *Calculer le degré d'hyperstatisme.*

- $h = m - E_s + I_s$
- m : rotation propre des roues 7 et 8 autour de $\overrightarrow{x_1}$, rotation des roues (7+5) et (6+8) autour de $\overrightarrow{y_1}$, mouvement du parallèlogramme (1 rotatation), si toutes les liaisons pivots sont bloquées, il reste 2 ponctuelles en parallèle par rapport au sol, soit une liaison linéaire rectiligne (4 mobilités). Au final, $m = 9$;
- $E_S = 9 \times 6 = 54$;
- $I_S = 10 \times 5 + 2 \times 1 = 52$;
- $h = 9 - 54 + 52 = 7$.

Question 3 *Si le modèle est hyperstatique, modifier le modèle pour le rendre isostatique.*

SI on considère l'ensemble 0,1,2,3,4 :

- $h = m - E_s + I_s$
- $m = 1$;
- $E_S = 4 \times 6 = 24$;

- $I_S = 6 \times 5 = 30$;
- $h = 1 - 24 + 30 = 7$.

Tout l'hyperstatisme est donc concentré dans le double parallélogramme.

On peut remplcer la pivot en O_1 par une linéaire annulaire, ce qui supprime 3 inconnues statiques. On peut aussi remplaxer les pivots G_2 et D_2 par des rotules (supprimant ainsi 4 inconnues statiques).

Robot PARTIE C UNIQUEMENT

Question 4 *Donner l'expression du couple C_{res} exercé par le système de compensation sur le bras 2 autour de l'axe $(A; \overrightarrow{y_0})$ en fonction de F_{es}, θ_2, θ_7.*

Correction $\overrightarrow{C_{\text{res}}(A, 8 \rightarrow 2)} = \overrightarrow{M_{\text{Fres}}(H, 8 \rightarrow 2)} + \overrightarrow{AH} \wedge F_{\text{res}} \overrightarrow{x_7} = F_{\text{res}} R \sin(\theta_7 - \theta_2) \overrightarrow{y_1}$

$C_{\text{res}} = k_r (\lambda - \lambda_0) R \sin(\theta_7 - \theta_2)$.

Question 5 *Par une fermeture géométrique, donner les expressions de λ et de θ_7 en fonction de θ_2 et des paramètres géométriques.*

Correction On réalise la fermeture géométrique dans le triangle KAH : $\overrightarrow{KH} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AH} \Rightarrow \lambda(t)\overrightarrow{x_7} = c\,\overrightarrow{x_1} - R\,\overrightarrow{x_2}$.

En projetant cette équation sur $\overrightarrow{x_1}$ et $\overrightarrow{z_1}$ on obtient : $\begin{cases} \lambda(t)\cos\theta_7 = c - R\cos\theta_2 \\ -\lambda(t)\sin\theta_7 = 0 + R\sin\theta_2 \end{cases}$.

D'une part, en faisant le rapport des expressions, $\tan\theta_7 = \dfrac{R\sin\theta_2}{R\cos\theta_2 - c}$.

D'autre part, en sommant les carrés des expressions, on a $\lambda(t)^2 = (c - R\cos\theta_2)^2 + (R\sin\theta_2)^2$.

Question 6 *Donner l'expression du couple C_{pes} résultant de l'action de la pesanteur sur l'ensemble {bras2, bras 3, préhenseur et chargement} autour de l'axe $\left(A, \overrightarrow{y_0}\right)$ en fonction de m_2, m_3, m_E, g, θ_2, θ_3 et des paramètres géométriques.*

Correction On a $C_{\text{pes}} = \left(\overrightarrow{\mathcal{M}(A, \text{pes} \rightarrow 2)} + \overrightarrow{\mathcal{M}(A, \text{pes} \rightarrow 3)} + \overrightarrow{\mathcal{M}(A, \text{pes} \rightarrow \text{pré})}\right) \cdot \overrightarrow{y_0}$

$= \left(\overrightarrow{AG_2} \wedge (-m_2 g\,\overrightarrow{z_0}) + \overrightarrow{AG_3} \wedge (-m_3 g\,\overrightarrow{z_0}) + \overrightarrow{AE} \wedge (-m_E g\,\overrightarrow{z_0})\right) \cdot \overrightarrow{y_0}$

$= \left(a_2 \overrightarrow{z_2} \wedge (-m_2 g\,\overrightarrow{z_0}) + (L_2\overrightarrow{z_2} + a_3\overrightarrow{z_3} - b_3\overrightarrow{x_3}) \wedge (-m_3 g\,\overrightarrow{z_0}) + (L_2\overrightarrow{z_2} + L_3\overrightarrow{z_3}) \wedge (-m_E g\,\overrightarrow{z_0})\right) \cdot \overrightarrow{y_0}$

$= a_2 m_2 g \sin\theta_2 + (L_2\sin\theta_2 + a_3\sin(\theta_3+\theta_2) - b_3\cos(\theta_3+\theta_2))\, m_3 g + (L_2\sin\theta_2 + L_3\sin(\theta_3+\theta_2))\, m_E g$

Question 7 *Déterminer l'expression de $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{x_1}$ en fonction de θ_2 et θ_3. Sachant que $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{x_1} = L$, en déduire une relation entre θ_2 et θ_3.*

Correction On a $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{x_1} = \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}\right) \cdot \overrightarrow{x_1} = L_2\overrightarrow{z_2} \cdot \overrightarrow{x_1} + L_3\overrightarrow{z_3} \cdot \overrightarrow{x_1} = L_2\sin\theta_2 + L_3\sin(\theta_2+\theta_3)$.

On a donc $L = L_2\sin\theta_2 + L_3\sin(\theta_2+\theta_3)$.

Question 8 *Donnez les expressions de A_4, B_4, C_4 et E_4 en fonction de A_3, B_3, C_3, E_3, m_E et L_3.*

Correction On a $I_B(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & -E_3 \\ 0 & B_3 & 0 \\ -E_3 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_3}$. Par ailleurs, pour la masse ponctuelle MP, $I_E(MP) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_3}$.

En utilisant le théorème de Huygens, avec $\overrightarrow{BE} = L_E\,\overrightarrow{z_3}$, $I_B(MP) = \begin{pmatrix} m_E L_E^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_E L_E^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_3}$.

Au final, $I_B(4)=\begin{pmatrix} A_4 & 0 & -E_4 \\ 0 & B_4 & 0 \\ -E_4 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_3} = I_B(3)+I_B(MP)=\begin{pmatrix} A_3+m_E L_E^2 & 0 & -E_3 \\ 0 & B_3+m_E L_E^2 & 0 \\ -E_3 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_3}$.

Question 9 *Définir la position du centre d'inertie G_4 en donnant les expressions de a_4 et b_4 en fonction de a_3, m_3, m_E, L_3 et b_3.*

Correction On a, par utilisation du barycentre, $(m_E+m_3)\overrightarrow{BG_4}=m_E\overrightarrow{BE}+m_3\overrightarrow{BG_3}$; donc $\overrightarrow{BG_4}=\dfrac{m_E}{m_E+m_3}L_3\overrightarrow{z_3}+\dfrac{m_3}{m_E+m_3}\left(a_3\overrightarrow{z_3}-b_3\overrightarrow{x_3}\right)$.

Par identification, on a donc $a_4=\dfrac{L_3 m_E+a_3 m_3}{m_E+m_3}$ et $b_4=b_3\dfrac{m_3}{m_E+m_3}$.

Question 10 *Donner l'expression du vecteur vitesse $\overrightarrow{V(B,4/0)}$, puis du vecteur $\overrightarrow{V(G_4,4/0)}$.*

Correction $\overrightarrow{V(B,4/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{B}_0}=L_2\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{z_2}\right]_{\mathscr{B}_0}=L_2\dot{\theta}_2\overrightarrow{x_2}$

Par suite, $\overrightarrow{V(G_4,4/0)}=\overrightarrow{V(B,4/0)}+\overrightarrow{G_4B}\wedge\overrightarrow{\Omega(4/0)}=L_2\dot{\theta}_2\overrightarrow{x_2}+(b_4\overrightarrow{x_3}-a_4\overrightarrow{z_3})\wedge(\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_3)\overrightarrow{y_1}=L_2\dot{\theta}_2\overrightarrow{x_2}+(b_4\overrightarrow{z_3}+a_4\overrightarrow{x_3})(\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_3)$.

Question 11 *Donner l'expression du moment cinétique $\overrightarrow{\sigma(B,4/0)}$.*

Correction On a, par définition du moment cinétique en un point quelquonque, $\overrightarrow{\sigma(B,4/0)}=I_B(4)\overrightarrow{\Omega(4/0)}+m_4\overrightarrow{BG_4}\wedge\overrightarrow{V(B,4/0)}=\begin{pmatrix} A_4 & 0 & -E_4 \\ 0 & B_4 & 0 \\ -E_4 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_3}\begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_2+\dot{\theta}_3 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_3}+m_4(-b_4\overrightarrow{x_3}+a_4\overrightarrow{z_3})\wedge L_2\dot{\theta}_2\overrightarrow{x_2}=B_4\left(\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_3\right)\overrightarrow{y_3}+m_4(b_4\sin\theta_3+a_4\cos\theta_3)\overrightarrow{y_3}L_2\dot{\theta}_2$

Question 12 *En déduire l'expression du moment dynamique $\overrightarrow{\delta(B,4/0)}\cdot\overrightarrow{y_0}$.*

Correction On a $\overrightarrow{\delta(B,4/0)}\cdot\overrightarrow{y_0}=\left(\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(B,4/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}+m_4\overrightarrow{V(B,4/0)}\wedge\overrightarrow{V(G_4,4/0)}\right)\cdot\overrightarrow{y_0}$

$=\left(\left(B_4\left(\ddot{\theta}_2+\ddot{\theta}_3\right)+m_4\dot{\theta}_3(b_4\cos\theta_3-a_4\sin\theta_3)L_2\dot{\theta}_2\right)+m_4(b_4\sin\theta_3+a_4\cos\theta_3)L_2\ddot{\theta}_2+m_4L_2\dot{\theta}_2\overrightarrow{x_2}\wedge\left(L_2\dot{\theta}_2\overrightarrow{x_2}+(b_4\overrightarrow{z_3}+a_4\overrightarrow{x_3})(\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_3)\right)\right)\cdot\overrightarrow{y_0}$

$=\left(\left(B_4\left(\ddot{\theta}_2+\ddot{\theta}_3\right)+m_4\dot{\theta}_3(b_4\cos\theta_3-a_4\sin\theta_3)L_2\dot{\theta}_2\right)+m_4(b_4\sin\theta_3+a_4\cos\theta_3)L_2\ddot{\theta}_2+m_4L_2\dot{\theta}_2(\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_3)\overrightarrow{x_2}\wedge\left(b_4\overrightarrow{z_3}+a_4\overrightarrow{x_3}\right)\right)\cdot\overrightarrow{y_0}$

$=B_4\left(\ddot{\theta}_2+\ddot{\theta}_3\right)+m_4L_2\ddot{\theta}_2(b_4\sin\theta_3+a_4\cos\theta_3)+m_4L_2\dot{\theta}_2^2(-b_4\cos\theta_3+a_4\sin\theta_3)$.

Question 13 *Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble 4 en projection sur $\overrightarrow{y_0}$ de manière à donner l'expression du couple C_{m3} en fonction des angles θ_2, θ_3 et de leurs dérivées première et seconde, de m_4 , et du moment d'inertie B_4.*

Correction
- On isole 4.
- BAME :
  - $\{\mathscr{T}(2\rightarrow 3)\}$
  - $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 4)\}$
  - $\{\mathscr{T}(\text{mot}\rightarrow 3)\}$

On a donc, en appliquant le TMD en B en projection sur $\overrightarrow{y_0}$:

$\overrightarrow{\delta(B,4/0)}\cdot\overrightarrow{y_0}=\underbrace{\overrightarrow{\mathscr{M}(B,2\rightarrow 3)}\cdot\overrightarrow{y_0}}_{\overrightarrow{0}}+\overrightarrow{\mathscr{M}(B,\text{pes}\rightarrow 4)}\cdot\overrightarrow{y_0}+\overrightarrow{\mathscr{M}(B,\text{mot}\rightarrow 3)}\cdot\overrightarrow{y_0}$

On a $\overrightarrow{\mathscr{M}(B,\text{pes}\rightarrow E)}\cdot\overrightarrow{y_0}=\left(\overrightarrow{BG_4}\wedge -m_4 g\overrightarrow{z_1}\right)\cdot\overrightarrow{y_0}$
$=\left(\left(a_4\overrightarrow{z_3}-b_4\overrightarrow{x_3}\right)\wedge -m_4 g\overrightarrow{z_1}\right)\cdot\overrightarrow{y_0}$
$=\left(a_4\sin(\theta_2+\theta_3)-b_4\cos(\theta_2+\theta_3)\right)m_4 g$.
Au final,
$C_{m3}=B_4\left(\ddot{\theta}_2+\ddot{\theta}_3\right)+m_4L_2\ddot{\theta}_2(b_4\sin\theta_3+a_4\cos\theta_3)+m_4L_2\dot{\theta}_2^2(-b_4\cos\theta_3+a_4\sin\theta_3)-(a_4\sin(\theta_2+\theta_3)-b_4\cos(\theta_2+\theta_3))m_4 g$

Question 14 *Donner l'expression du moment dynamique $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}$.*

Correction La matrice d'inertie de 2 est donnée A qui est un point fixe. $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(A,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[I_A(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$
$=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[B_2\dot{\theta}_2\overrightarrow{y_1}\right]_{\mathscr{R}_0}=B_2\ddot{\theta}_2\overrightarrow{y_1}$

Question 15 *Sans calcul, donner la démarche pour déterminer l'expression du couple C_{m2}.*

Correction

- On isole {2+4}.
- BAME :
  - $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 4)\}$;
  - $\{\mathscr{T}(\text{pes}\rightarrow 2)\}$;
  - $\{\mathscr{T}(1\rightarrow 2)\}$;
  - $\{\mathscr{T}(8\rightarrow 2)\}$ (glisseur de direction $\overrightarrow{x_7}$) ;
  - $\{\mathscr{T}(C_{m2}\rightarrow 2)\}$.
- On applique le TMD en A en projection sur $\overrightarrow{y_1}$:

$$\overrightarrow{\mathscr{M}(A,\text{pes}\rightarrow 4)}\cdot\overrightarrow{y_1}+\overrightarrow{\mathscr{M}(A,\text{pes}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{y_1}+\overrightarrow{\mathscr{M}(A,8\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{y_1}+C_{m2}=\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{y_1}+\overrightarrow{\delta(A,4/0)}\cdot\overrightarrow{y_1}$$

Question 16 *Donner les expressions des coefficients K_{ni}, n_{i2}, K_{ri} et r_{i2} ($i=2$ ou 3) des fonctions de transfert $N_2(p)$, $N_3(p)$, $R_2(p)$ et $R_3(p)$ en fonction des coefficients G_j ($j=0$ à 6).*

Correction On a : $\begin{cases}\Delta C_{m2}(p)=-\Delta C_{res}(p)+G_0\Delta\Theta_2(p)+G_1\Delta\Theta_3(p)+G_2p^2\Delta\Theta_2(p)+G_3p^2\Delta\Theta_3(p)\\ \Delta C_{m3}(p)=G_4\left(\Delta\Theta_2(p)+\Delta\Theta_3(p)\right)+G_5p^2\Delta\Theta_2(p)+G_6p^2\Delta\Theta_3(p)\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}\Delta C_{m2}(p)+\Delta C_{res}(p)-\left(G_1+G_3p^2\right)\Delta\Theta_3(p)=\left(G_0+G_2p^2\right)\Delta\Theta_2(p)\\ \Delta C_{m3}(p)=\left(G_4+G_5p^2\right)\Delta\Theta_2(p)+\left(G_4+G_6p^2\right)\Delta\Theta_3(p)\end{cases}$

D'autre part, d'après le schéma-bloc : $\Delta\Theta_2(p)=N_2(p)\left(\Delta C_{m2}(p)+\Delta C_{res}(p)-\Delta\Theta_3(p)R_2(p)\right)$.

Par identification, $N_2(p)=\dfrac{1}{G_0+G_2p^2}$ et $R_2(p)=G_1+G_3p^2$.

On a aussi $\Delta\Theta_3(p)=N_3(p)\left(\Delta C_{m3}(p)-R_3(p)\Delta\Theta_2(p)\right)$.

Par identification, $N_3(p)=\dfrac{1}{G_4+G_6p^2}$ et $R_3(p)=G_4+G_5p^2$.

En mettant les expressions sous forme canoniques, on a :

- $K_{n2}=\dfrac{1}{G_0}$ et $n_{22}=\dfrac{G_2}{G_0}$;
- $K_{n3}=\dfrac{1}{G_4}$ et $n_{32}=\dfrac{G_6}{G_4}$;
- $K_{r2}=G_1$ et $r_{22}=\dfrac{G_3}{G_1}$;
- $K_{r3}=G_4$ et $r_{22}=\dfrac{G_5}{G_4}$.